



DELHI UNIVERSITY
LIBRARY

DELHI UNIVERSITY LIBRARY

Cl. No. C5:3

168N45

Date of release for loan

Ac. No. 43135

This book should be returned on or before the date last stamped below. An overdue charge of one anna will be charged for each day the book is kept overtime.





سلسلہ کتب اسلامیہ جامعہ اسلامیہ

نشان (۳۴۶)

ہندی مناظر

مُصَنَّفٌ

آر۔ اے۔ ہوسٹن

ایم۔ اے۔ پی۔ ایچ۔ ڈی۔ ڈی۔ ایس۔ سی

لکچرار طبیعی مناظر۔ گلاسگو یونیورسٹی

ایڈیشن ۱۹۳۰ء

مُتَرَجِمٌ

مرتبجئے راؤ صاحب

بی۔ اے۔ ایل۔ ایل۔ بی۔ ایم۔ ایس۔ سی

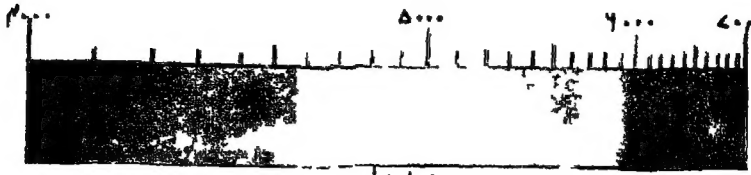
لکچرار طبیعیات۔ جامعہ عثمانیہ کراچی

۱۳۶۴ھ م ۱۳۵۴ھ م ۱۹۳۵ء

مطبوعہ

آلہ جامعہ اسلامیہ کراچی

یہ کتاب لائسنس گرین اینڈ کینیڈین لائسنس کی اجازت سے
اُردو میں ترجمہ کر کے طبع و شائع
کی گئی ہے۔



مسلسل لیفٹ



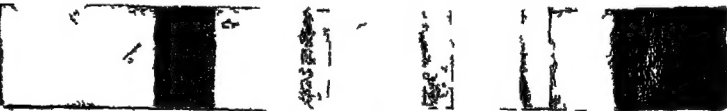
شمسی طیف



بہارے دوس کا لہر



کونال لہر کا طیف



داں کا لہر



سہ لونی طبعیت

دیساج



یہ کتاب ایسے طلباء کے لیے لکھی گئی ہے جو علم طبیعیات کے پہلے سال کا نصاب ختم کر چکے ہوں اور جو علم مناظر کی مزید تعلیم حاصل کر رہے ہوں۔ اس میں اور نور کی دیگر کتابوں میں یہ فرق ہے کہ اس میں انفس مضمون سے زیادہ باقاعدہ طور پر بحث کی گئی ہے۔ نیز اس موضوع کے ہر پہلو کو پیش نظر رکھا گیا ہے۔ اور حالیہ تحقیقاتوں کے نتائج بھی شامل کر لیے گئے ہیں۔

اس میں یہ مان لیا گیا ہے کہ متعلم کو ابتدائی ریاضی کا اچھا خاصا علم حاصل ہے۔ علم احصاء سے کہیں کہیں مدد لی گئی ہے۔ لیکن مجھے امید ہے کہ اس کی مدد سے حاصل کیے ہوئے نتائج ان طلبہ کی بھی سمجھ میں آجائیں گے جو علم احصاء کے تفصیلی طریق عمل سے کما حقہ واقف نہیں ہیں۔ ہر حال کتاب کا زیادہ تر حصہ اس سے آزاد ہے۔

یہ کتاب گلیڈسٹو یونیورسٹی میں میری نو سالہ تدریس اور تجربوں کا نمونہ ہے۔ میں پروفیسر گریسے اور شعبہ نیچرل فلاسفی کے دیگر اساتذہ کا اس کی تیاری کے دوران میں ان کی حمایت اور حوصلہ افزائی کے لیے بیحد مشکور ہوں۔

مٹر چارلس کوکرین ایم۔ اے، بی۔ ایس۔ ایس نے تمام پروف پڑھے اور اس کے

تمام سوالات حل کیے۔

اس حالیہ ایڈیشن میں (۲۳) نئی شکلیں درج کی گئیں۔ کئی چھوٹی چھوٹی تصحیحات کی گئیں اور میں سے زیادہ صفحات کا نیا مواد شامل کیا گیا۔ اس کے لیے جگہ نکالنے کی غرض سے ساری کتاب کے مختلف حصوں میں کچھ سابقہ مواد حذف کر دیا گیا اور ان تبدیلیوں کی وجہ سے ایک نئے اشاریہ کی ضرورت داعی ہوئی۔

آر۔ اے۔ ہو سٹن

فہرست مضامین

ہندی مناظر

صفحہ نمبر	مضمون	صفحہ نمبر	مضمون
۱۸	سراب کسی نقطہ کا وہ خیال جو ایک متوی سطح پر کے انعطاف کی وجہ سے پیدا ہوتا ہے۔	۱	پہلا باب اساسی تصورات سایوں کی پیدائش
۱۹	ہوتا ہے۔	۳	ثقب
۲۱	انعکاس کلی	۴	حقیقت انکاس و انعطاف
۲۱	غیر مضل سطحیں	۵	ان کی تجربی تصدیق
۲۶	کسی گہرے غیر مضل نقاط	۸	خیالوں کی پیدائش
۲۶	انتہائی راہ کا کلیہ	۱۰	متوی آئینہ کی گردش
۲۹	مثالیں	۱۱	متواتر انعکاس
	دوسرا باب	۱۲	دوائل آئینے
	گرومی آئینوں اور عدسوں کا	۱۳	متوازی پہلوؤں والی سطحوں میں
۳۲	ابتدائی نظریہ	۱۶	انعطاف
۳۲	گرومی آئینے		فلکی انعطاف

صفحہ نمبر	مضمون	صفحہ نمبر	مضمون
۷۷	موسٹ عدسہ کی مائیکرو پول	۲۲	ضابطہ کا ثبوت
۸۱	کروی آئینہ	۳۷	تربیتی عمل
	ایک کروی انعطاف آئینہ سطح کے	۳۹	تکبیر
۱۱	اساسی نقطہ	۴۰	طبعی گلدستہ
۲۳	۱۰۰ پتے سے	۴۱	مائل پتھر
۲۱	دور بینی نظام	۴۱	انعطاف کروی سطح پر
۸۲	مثالی	۴۲	عدسوں کے صاف اندک ثبوت
	چوتھا باب	۴۹	مناظری بر
	نیپال کے قائل	۵۱	حسی بر
	سبع زاویہ والی شعاعوں کا انعکاس	۵۱	حل شدہ نائیں
۹۳	ایک متفرک کروی آئینہ پر	۵۵	شاید
۹۵	مقرر آئینہ کی کروی ضلالت		تیسرا باب
۹۷	ایہا ہی انعکاس مقرر آئینہ پر	۶۰	سب سے زیادہ سے اور عدسوں کے نظام
۱	اختلاف اور مسخ	۱۰	پہلے سے اور عدسوں کے نظام
	وسیع زاویہ والی پینل سے انعطاف	۱۲	دلم و لہجہ کا قلیہ
۱۰۸	کروی سطح پر	۲۵	اسکی مستوی
۱۰۵	پیلے عدسہ کی کروی ضلالت		صدر مستوی، عقدی نقطہ، کسی نظام
	پیلے عدسہ کی کروی ضلالت جبکہ شش	۲۷	کے مائیکرو پول
۱۰۷	لاستہ ہی پر ہو	۷۱	تکبیر کے لیے جملہ
۱۱۰	جیسی شرط	۷۳	خیال تربیتی عمل سے
۱۱۲	لونی ضلالت	۷۵	موسٹ عدسہ کے عقدی نقطہ

مضمون	نمبر	مضمون	نمبر
تکبیری شیشہ یا سادہ خرد بین	۱۳۹	لونی ضلالت و دایہ پتلے عدسوں	۱۲۱
فلکی دور بین	۱۵۱	کی جن کے درمیان ایک محد و فصل ہو	۱۲۱
سیمی سڈن اور ہوٹلگینس	۱۵۲	مشالیں	۱۲۳
کے چنے	۱۵۴	پانچواں باب	
دور بین کی تکبیر اور تکلیلی طاقت	۱۵۷	آئینوں اور عدسوں کے	
تکلیلیو کی دور بین	۱۶۰	مستقلوں کی تعیین	
منشوری دو بین	۱۶۲	تخت مناظر	۱۲۶
انعکاسی دور بین	۱۶۳	محدب عدسہ کا ماسکی طول	۱۶۸
خرد بین	۱۶۶	مقعر عدسہ کا ماسکی طول	۱۲۹
خرد بین کی تکلیلی طاقت	۱۶۷	مقعر آئینہ کا ماسکی طول	۱۳۱
بالا خرد بین	۱۷۱	فود بین اور پیرا ذکے طریقہ سے کسی	
عکسالہ	۱۷۳	آئینہ کے نصف قطر انحناء کی پیمائش	۱۳۲
بعید مناظر کی عکاسی	۱۷۹	ماسکی طولوں کی تعیین کے لیے تکبیری	
مناظری قندیل	۱۷۷	طریقہ	۱۳۵
آراء سوس	۱۷۹	عقدی مرکب والا آلہ	۱۳۷
مشالیں	۱۸۲	ماسکی طولوں کی تعیین کا زیادہ صحیح طریقہ	۱۳۸
ساتواں باب		عدسہ کی ضلالتوں کی تحقیق	۱۴۰
طیف پیمیا اور انعطافات پیمیاؤں		مشالیں	۱۴۴
کی تعیین -	۱۸۳	چھٹا باب	
انحراف اقل	۱۸۴	مناظری آلات	
طیف پیمیا	۱۸۶		

صفحہ	مضمون	صفحہ	مضمون
۲۰۷	ترسیمی طریقے سے کسی منشور کے	۱۸۸	منشور کے زاویہ کی پیمائیس
۲۱۰	انعطاف نما کی تعین	۱۹۱	طیف پیمائی کی ترتیب
۲۱۴	قوس قزح	۱۹۹	ایسے کا خود توازی گر طیف پیمائی
۲۱۶	مشائیں		کلی انعکاس والے طریقوں سے انعطاف نما
۲۱۷	اشاریہ	۲۰۱	کی تعین
۳۳۱	فہرست اصطلاحات		

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

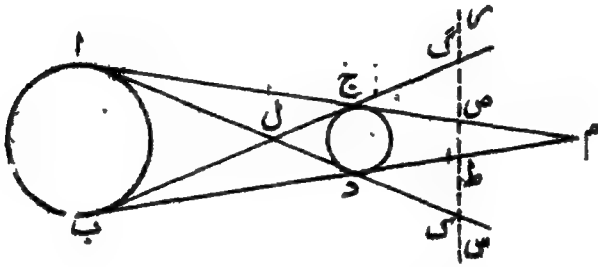
ہندی مناظر

پہلا باب

اساسی تصورات

نور کی اشاعت خطوط مستقیم میں عمل میں آتی ہے۔ اس امر کی صداقت کو ہر شخص تسلیم کرتا ہے اور اسی بنا پر ہم یہ مان لیتے ہیں کہ ایک جسم نور کی ان شعاعوں کی سمت میں واقع ہوتا ہے جو اس جسم سے نکل کر ہماری آنکھ میں داخل ہوتی ہیں۔ نیز ہماری روزمرہ کی زندگی میں بھی نور کی اس اشاعت مستقیم کی کئی مثالیں ملتی ہیں۔ مثلاً سورج کی کرنیں جو کسی درز میں سے ایک تاریک کمرے کے اندر داخل ہوتی ہیں مستقیم نظر آتی ہیں؛ نیز جب کسی موم بتی کے شعلہ کی وجہ سے ایک چھڑی کا سایہ دیوار پر پڑتا ہے تو شعلہ چھڑی کی چوٹی اور چھڑی کی چوٹی کا سایہ سب کے سب ایک ہی خط مستقیم میں ہوتے ہیں۔

لیکن اگر مشاہدات بڑی احتیاط سے لیے جائیں تو پایا یہ جائیگا کہ نور کی اشاعت صرف تقریباً خط مستقیم میں عمل آتی ہے۔ مثلاً اگر کسی نقطئی مبداء کی روشنی ایک ایسے پردے پر واقع ہو جس میں تقریباً ۱/۲ محو کا ایک تنگ سوراخ بنا ہوا ہو تو شعاعیں اس سوراخ میں سے گزرنے کے بعد سایہ کے اندر اس درجہ مڑ جاتی ہیں کہ نور کی اشاعت مستقیم کا ذکر ہی نہیں ہو سکتا۔ ایسی صورت میں کہا جاتا ہے کہ انحراف عمل میں آ رہا ہے۔ اس انحراف پر ایک باب مابعد میں تفصیل سے بحث کی جائیگی، لیکن اکثر مناظری منظر ہر کی صورت میں اس کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔



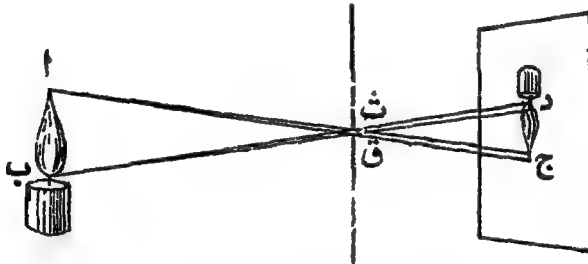
شکل ۷ (واٹن کی "طبیعیات" سے)

فرض کرو کہ 'ا' ب نور کا ایک کروی مبداء ہے، 'ج' د ایک کروی حائل جسم اور 'م' میں ایک پردہ۔ مبداء کا ہر ایک نقطہ جسم کے ایک سایہ کا باعث ہوگا جس سے ہمیں پردے پر سایہ کی بے شمار جزو منطبق قرصیں حاصل ہونگی، مثلاً نقطہ 'ا' کی وجہ سے سایہ 'ص' ک پیدا ہوگا اور نقطہ 'ب' کی وجہ سے سایہ 'گ' ط۔ چونکہ 'ا' اور 'ب' مبداء کے انتہائی نقطے ہیں۔ اس لیے ان کے سایوں کے منطبق حصے 'ص' ط میں کوئی روشنی نہیں پائی جائیگی۔ حصوں 'گ' ص اور 'ط' ک میں مبداء کے ایک حصے سے آنے والی روشنی پائی جائیگی اور جیسے جیسے 'ص' سے 'گ' تک اور 'ط' سے 'ک' تک چلتے ہیں تو سایہ زیادہ روشن ہوتا جائیگا۔ اس لیے حائل کرہ کا مکمل سایہ

مشتل ہوگا قطر ص ط والی ایک کمال سیاہ قرص پر جو ظل محض کہلاتا ہے اور جو بتدریج گھٹتی ہوئی تاریکی والے ایک حلقے سے جو ظل مشوب کہلاتا ہے گھرا ہوا ہوتا ہے۔

اگر کرہ ا ب سورج کو تغیر کرے اور کرہ ج د چاند کو تو سطح زمین کے کسی نقطہ پر مکمل سورج گرہن اس وقت معلوم ہوگا جب کہ یہ نقطہ مخروط ج م د کے اندر واقع ہو۔ اگر یہ نقطہ ظل مشوب میں واقع ہو تو گرہن صرف جزوی نظر آئیگا۔

ثقبالہ : اگر ایک متور جسم ا ب (شکل مء) کسی غیر شفاف پردے میں کے ایک چھوٹے سے سوراخ ث ق کے سامنے رکھا ہو اور اس سوراخ کی دوسری طرف ایک سفید مقوٰا رکھا ہو تو اس مقوٰے پر متور جسم کا ایک اٹا خیال ج د حاصل ہوگا۔ متور جسم کے ہر ایک نقطہ سے نور کی ایک پنسل حسب صراحت شکل شائع ہو کر مقوٰے پر روشنی کا ایک دھبہ پیدا کرتی ہے۔



شکل مء (وائس کی "طبیعیات" سے)

یہ سوراخ نہایت باریک یعنی پن کے قطر کا ہونا چاہیے ورنہ مقوٰے پر حاصل ہونے والے روشنی کے دھبے بہت بڑے ہونگے اور خیال مسخ ہوگا۔ نتیجہ یہ خیال بہت مدہم ہوتا ہے اور اگر اس طریقے سے ایک تصویر لی جائے تو بہت طویل تعریض کی ضرورت ہوتی ہے۔ لیکن اس ثقبالہ میں یہ خاص خوبی پائی جاتی ہے کہ اس کے خیال میں ایک وسیع زاویہ نظر شامل رہتا ہے اور نیز یہ کہ اس میں تیسک کی ضرورت نہیں پڑتی یعنی ہر ایک فاصلے پر کے شخص کا خیال کمال طور پر

باسکے میں ہوتا ہے۔

کلیات انعکاس و انعطاف : یہ امر کہ وہ اجسام بھی

جو خود منور نہ ہوں لیکن کسی سبب اور کی روشنی سے سوڑ کیے جانے تو تمام سمتوں میں دکھائی دیتے ہیں۔ یہ ظاہر ہوتا ہے کہ یہ جسم روشنی کو تمام سمتوں میں منعکس کر دیتے ہیں۔ ایسے انعکاس کو بے قاعدہ انعکاس کہتے ہیں اور یہ کسی سادہ کلیہ کا پابند نہیں ہے۔ بہ تمام کھردری سطحوں پر عمل میں آتا ہے۔ جوشعائیں اس طریقے سے منعکس ہوتی ہیں ان کا رنگ عام طور پر بدل جاتا ہے۔

جب شعاعوں کی ایک باریک پنسل کسی آئینہ یا کسی شفاف واسطہ کی مجلی سطح سے منعکس ہوتی ہے تو اس میں بے قاعدہ انعکاس بہت ہی کم پایا جاتا ہے اور نور کی واقعہ پنسل دو پنسلوں میں بٹ جاتی ہے : ایک منعکس پنسل اور دوسرے منعطف پنسل۔ ایسی صورت میں کہا جاتا ہے کہ نور میں باقاعدہ انعکاس واقع ہو رہا ہے۔ جس نقطہ پر واقع شعاع انعکاس انگیز سطح سے آگتی ہے اس کو نقطہ وقوع کہتے ہیں اور اگر اس نقطہ سے سطح مذکور پر ایک عماد کھینچا جائے تو اس عماد اور شعاع واقعہ کے درمیانی زاویہ کو زاویہ وقوع اور اس عماد اور شعاع منعکس کے درمیانی زاویہ کو زاویہ انعکاس کہتے ہیں۔ اگر اس عماد کو شفاف واسطہ کے اندر نیچے کی طرف خارج کیا جائے تو اس کے اور منعطف شعاع کے درمیانی زاویہ کو زاویہ انعطاف کہا جاتا ہے۔

کلیات انعکاس و انعطاف حسب ذیل ہیں :

شعاع واقعہ، نقطہ وقوع سے انعکاس انگیز سطح پر کھینچا ہوا عماد اور

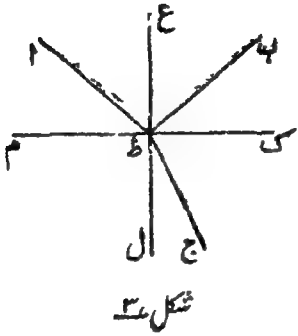
شعاع منعکس تینوں ایک ہی مستوی میں ہوتے ہیں۔

زاویہ انعکاس زاویہ وقوع کے مساوی ہوتا ہے۔

شعاع منعطف اُسی مستوی میں رہتی ہے جس میں کہ عماد اور

شعاع واقعہ، اور عماد کی بس جانب شعاع واقعہ رہتی ہے اس کی مخالف جانب پائی جاتی ہے۔

زاویہ وقوع کی تمام قیمتوں کے لیے زاویہ وقوع کے جیب میں اور
زاویہ انعطاف کے جیب میں ایک مستقل نسبت پائی جاتی ہے جس کی قیمت کا



انحصار نور کی نوعیت پر اور ان
داسطوں کی نوعیت پر ہوتا ہے جو
انعطاف انگیز سطح پر ایک دوسرے
کے ساتھ تماس میں ہوتے ہیں۔

چنانچہ شکل ۳۳ میں اگر
ط نقطہ وقوع ہو، م ک انکسار
سطح کا نشان، ع ط عماد اور ا ط
شعاع واقع تو شعاع منعکس

ط ب اور منعطف شعاع ط ج دونوں اسی مستوی میں واقع ہونگے جس میں
ا ط اور ط ع واقع ہوتے ہیں، ع ط ب مساوی ہوگا۔ ع ط ا
کے اور جب ع ط ا جب ل ط ج ایک مستقل ہوگا، چاہے زاویہ
ع و ا کی قیمت کچھ ہی کیوں نہ ہو۔

$$\text{اگر نسبت} \quad \frac{\text{جب ع ط ا}}{\text{جب ل ط ج}} = \text{مہ}$$

تو مہ کو نور زیر بحث کے لیے بالائی واسطہ کے لحاظ سے نچلے واسطہ کا انعطاف نما
کہتے ہیں۔ تمام شفاف مٹیوں اور مایعات کے لیے مہ بڑا ہوتا ہے اسے۔
جب زاویہ وقوع صفر ہو تو ا ط اور ط ب دونوں ع ط پر منطبق
ہو جاتے ہیں اور ط ج، ط ل پر منطبق ہو جاتا ہے۔ ایسی صورت میں شعاع انعطاف
سے غیر منحرف رہتی ہے۔

اگر وہ سطح جس پر روشنی واقع ہوتی ہے منحنی سطح ہو تو ہم اس کو متعدد چھوٹے
چھوٹے رقبوں پر منقسم قیاس کرتے ہوئے ان میں سے ہر ایک رقبے کو مستوی
مان لے سکتے ہیں؛ پھر ان میں سے ہر ایک کا ایک عماد کھینچ کر ہر ایک پر واقع
ہونے والی شعاع پر علیحدہ علیحدہ غور کر سکتے ہیں۔ ایسی صورت میں ہر ایک رقبہ

مک اور لنگ کھینچو۔ پھر \angle کے رُخ لگ میں دیکھتے ہوئے ایک پتی کی مدد سے نطقی ف کھینچو جو خط \angle ہی کی سیدھ میں نظر آئے پل ہٹا دو۔ عماد \angle ص کھینچو، \angle کو اتنا بڑھاؤ کہ عماد سے \angle پر جائے اور طق کو \angle زاویہ \angle ص طق زاویہ انعطاف ہوگا۔

اب زاویہ وقوع اور زاویہ انعطاف کے جیسوں کی نسبت کئی طریقوں سے معلوم کر لی جاسکتی ہے۔ لیکن ان میں سب سے آسان طریقہ شاید حسب ذیل ہے :- نقشہ سے پایا جاتا ہے کہ \angle ص \angle متوازی ہے \angle کے۔ بنا بریں \angle ط ص ق مکملہ ہے \angle ط ع کا اور جب \angle ط ع = جب ط ص ق۔ اب چونکہ کسی مثلث کے زاویوں کے جیوب ان کے مقابل کے ضلعوں کے متناسب ہوتے ہیں اس لیے :

$$\frac{\text{جب } \angle \text{ ط ع}}{\text{جب } \angle \text{ ط ق}} = \frac{\text{جب } \angle \text{ ط ص ق}}{\text{جب } \angle \text{ ط ق}} = \frac{\text{ط ق}}{\text{ص ق}}$$

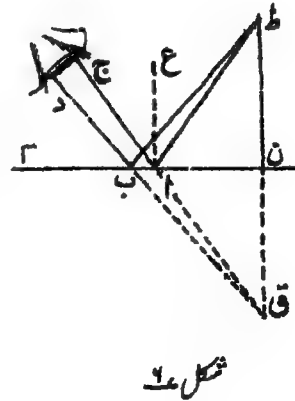
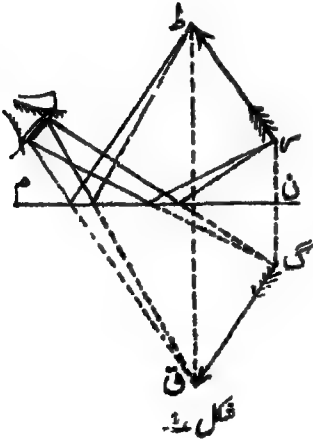
خواہ \angle ط ع کا تغیر کچھ ہی کیوں نہ ہو نسبت $\frac{\text{ط ق}}{\text{ص ق}}$ ہمیشہ مستقل رہتی ہے۔

فرض کرو کہ م ن ایک ایسے مستوی آئینہ کا نشان ہے جو کاغذ کے مستوی کے علی القوائم ہے (مثلث ع) اور فرض کرو کہ ط نور کا ایک نقطی مبداء ہے۔ فرض کرو کہ ط اسے آئینہ تک ط کوئی شعاع ہے۔ تب انعکاس کے بعد اس کی سمت ج ہو جائیگی۔ نقطہ \angle سے عماد \angle ع کھینچو، نقطہ ط سے م ن پر عمود ط ن گر دو اور ج \angle اور ط ن کو یہاں تک خارج کرو کہ یہ ایک دوسرے سے نقطہ ق پر جا ملیں۔

اب مثلثوں \angle ط ن اور \angle ق ن میں ان مشترک ہے :
 \angle ن ط = \angle ن ق کیونکہ یہ دونوں قایمے ہیں؛ اور \angle ط ن = \angle ق ن کیونکہ \angle ن ایک قایمہ ہے اور \angle زاویہ \angle ج \angle ط کی تعین کرتا ہے۔
 اس لیے یہ مثلث آپس میں ہر طرح مساوی ہیں اور ط ن = ن ق

نقطہ ق کا محل متعین ہو جاتا ہے اور یہ کسی طرح ط ا کی سمت پر منحصر نہیں ہوتا۔ چنانچہ اگر ہم ایک اور شعاع ط ب کھینچیں تو انعکاس کے بعد اس کی سمت د ب بھی ق میں سے گزرنی چاہیے۔ اس لیے وہ تمام شعاعیں جو ط سے نکل کر آئینہ پر واقع ہوتی ہیں ج د پر رکھی ہوئی آنکھ کو ق سے آتی ہوئی معلوم ہوتی ہیں۔ ایسے نقطہ ق کو ط کا خیال کہا جاتا ہے اور چونکہ ق میں سے شعاعیں ا ج اور ب د خود نہیں گزرتیں بلکہ محض ان کی سمتیں پیچھے کی جانب خارج کیے جانے پر گزرتی ہیں، اس لیے اس خیال کو مجازی کہتے ہیں۔ اگر نقطہ ق سے خود یہ شعاعیں گزری ہوتیں تو خیال حقیقی ہوتا۔ حقیقی خیال اور مجازی خیال کے درمیان اصلی فرق یہ ہے کہ حقیقی خیال کو کسی پردے پر حاصل کر کے دکھلایا جاسکتا ہے اور مجازی خیال کو صرف دیکھا جاسکتا ہے، پردہ پر حاصل نہیں کیا جاسکتا۔

اگر ہم ایک منور نقطہ کے بجائے کسی خطی شخص ط س پر غور کریں تو



معلوم ہوگا کہ اس کے ہر ایک نقطہ کا خیال حسب صراحت بالا بنیگا اور ان نقطئی خیالوں کے اجتماع سے خطی خیال ق ص حاصل ہوگا (شکل ۸)۔ یہ امر

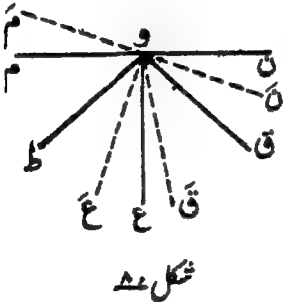
مشاہدہ طلب ہے کہ انعکاس سے شخص میں عرضی تقلیب پیدا ہو جاتی ہے یعنی اس کے دامن اور بائیں پہلو باہم بدل جاتے ہیں۔ چنانچہ اگر کسی آئینہ کے سامنے کوئی تحریر رکھی ہو تو یہ خیال کی مدد سے صاف نہیں پڑھی جاسکتی؛ لیکن اگر اِس تحریر کو جاذب پر جذب کر لیا جائے اور پھر اِس جاذب کو آئینہ کے سامنے لایا جائے تو یہ تحریر، دو مرتبہ الٹ جانے کی وجہ سے، مکرر صاف پڑھی جاسکتی ہے۔

یہ امر کہ خیال آئینہ کے اتنے ہی پیچھے واقع ہوتا ہے جتنا کہ شخص اِس کے سامنے دوپٹوں اور شیشہ کی ایک تختی کی مدد سے بڑی آسانی سے ثابت کیا جاسکتا ہے۔ اِن پٹوں میں سے ایک چھوٹی اور دوسری بڑی ہونی چاہیے اور شیشہ کی تختی کا پچھلا رخ سیاہ کر دیا جانا چاہیے تاکہ انعکاس صرف سامنے کے رخ پر عمل میں آئے۔ شیشہ کی تختی کو انتصاباً قائم کر کے اِس کے سامنے چھوٹی پن نصب کر دو۔ پھر لمبی پن کو تختی کے پیچھے ایک ایسے محل پر نصب کرو جہاں یہ پن اور چھوٹی پن کا خیال دونوں ایک ہی مقام پر دکھائی دینے لگیں۔ اِسی صورت میں لمبی پن اور چھوٹی پن کے خیال کے درمیان کوئی اختلاف منظر نہیں پایا جائیگا یعنی آکھ کو عرضی سمت میں ادھر ادھر حرکت دینے سے اِن میں کوئی اضافی حرکت نظر نہ آئے گی۔ اگر یہ محل پوری احتیاط سے معلوم کر لیا گیا ہو تو لمبی پن اور چھوٹی پن دونوں شیشہ کی سطح سے مساوی الفصل پر رہتے ہیں۔ اگر یہ تجربہ شیشہ کی معمولی تختی کی بجائے ایک چاندھی چڑھے آئینہ کی مدد سے انجام دیا جائے تو خیال تو بلاشبہ زیادہ متور ہوگا لیکن اِس امر کے برعکس کہ روشنی کو آئینہ پر پہنچنے سے پہلے شیشہ کی تختی میں سے گزرنا پڑتا ہے، ذرا سی پیچیدگی پیدا ہو جاتی ہے۔ چنانچہ آگے چل کر بتایا جائیگا کہ اگر شیشہ کی تختی کی دیباخت ہو تو اِس کی وجہ سے خیال آئینہ سے بقدر (۱-۲) (۱-۲) کے قریب تر آجائیگا۔ اگر چاندی تختی کی اگلی سطح پر چڑھی ہوئی ہو تو یہ پیچیدگی خود بخود رفع ہو جاتی ہے۔ لیکن ایسا آئینہ بنانے میں چاندی کو شیشہ کی تختی پر کیمیائی طریقے سے مطروح کرنا پڑتا ہے اور

پھر یہ زیادہ دیر پا نہیں ہوتا؛ پارہ اور قلعی کے ورق والے طریقے کا اطلاق صرف شیشہ کی سطح کے پشت پر ہو سکتا ہے۔

مستوی آئینہ کی گردش:۔ فرض کرو کہ کاغذ کے

مستوی کے مٹی القوام ایک مستوی آئینہ رکھا ہے جو کاغذ کے مستوی کو م ن پر قطع کرتا ہے۔ نیز فرض کرو کہ



ط و شعاع واقع ہے، وق شعاع

منعکس، اور و ع نقطہ وقوع سے

کھینچا ہوا عماد۔ مان لو کہ اس آئینہ کو

و میں سے گزرنے والے ایک ایسے

محور کے گرد جو کاغذ کے مستوی پر

عمود وار ہے، زاویہ صہ میں گھمایا

جاتا ہے اور اس گردش کے بعد شعاع منعکس اور عماد کے محل بالترتیب

وق اور و ع ہو جاتے ہیں؛

$$ع = د م و م = د ع و ع = د ط و ع - د ط و ع$$

$$= \frac{1}{2} د ط و ق - \frac{1}{2} د ط و ق$$

$$= \frac{1}{2} (د ط و ق - د ط و ق) = \frac{1}{2} د ق و ق$$

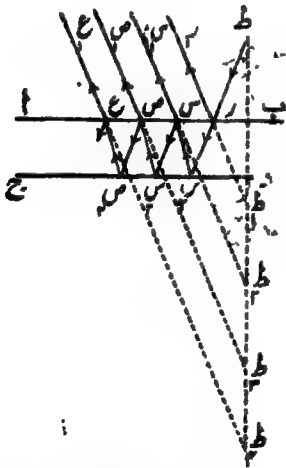
لیکن ق و ق وہ زاویہ ہے جس میں کہ منعکس شعاع گھوم جاتی ہے۔
اس لیے منعکس شعاع کا زاویہ گردش دو گنا ہے آئینہ کے زاویہ گردش کے۔

آئینہ اور منعکس شعاع کے اس اصول سے کسی جسم کی گردش کی پیمائش میں اکثر کام لیا جاتا ہے۔ مثلاً روپیہا کی بعض شکلوں میں ایک چھوٹے سے متناطیس یا متناطیسی نظام کے ساتھ ایک چھوٹا سا دائری آئینہ چسپاں ہوتا

ہے جو ایک میپ سے آنے والی روشنی کو ایک ایسے پیمانے پر جو عام طور پر آئینہ سے تقریباً ایک میٹر کے فاصلہ پر رکھا ہوتا ہے منعکس کر دیتا ہے۔ چنانچہ جب ایسے روپیا میں سے روگزرتی ہے تو اس کا مقناطیس مع اپنے آئینہ کے منصرف ہو جاتا ہے جس سے میپ کی جھری کا خیال پیمانہ پر حرکت کرتا ہے۔ اس طرح یہ منعکس شعاں ایک کامل طور پر سیدھے اور بے کثیت نایندہ کا کام دیتی ہیں۔

متواتر انعکاس :- اب ج د شیشہ کی متوازی

پہلوؤں والی ایک دبیز تختی ہے۔ اس تختی کی اوپری سطح کے نقطہ ر پر نور کی ایک شعاع ط واقع ہوتی ہے اور ایک منعکس شعاع ر م اور ایک منعطف شعاع ر پ پیدا کرتی ہے۔ یہ منعطف شعاع تختی کی بنجی سطح پر واقع ہو کر منعکس شعاع ر م اور ایک منعطف شعاع پیدا کرتی ہے جو شکل میں نہیں دکھائی گئی ہے۔ منعکس شعاع ر م تختی کی اوپری سطح کے نقطہ س پر واقع ہو کر ایک منعطف شعاع س م اور ایک منعکس شعاع س م



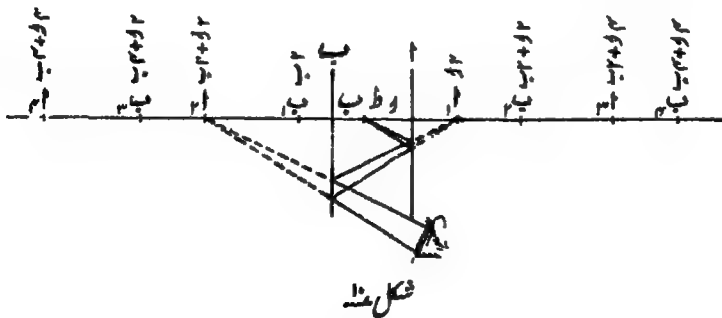
شکل ۱ (دو شیشہ کی "طبیعیات" سے)

پیدا کرتی ہے، اور علیٰ ہذا۔ پس اس طرح ایک ہی واقع شعاع ط ر لا متناہی شعاں ر م، س م، ص م، ع م وغیرہ پیدا کرتی ہے جو تختی کے اوپر واقع رہنے والی آنکھ کو خیالوں ط، ط، ط، ط وغیرہ سے آتی ہوئی نظر آتی ہیں۔ ان خیالوں میں سے پہلے دو خیال ط اور ط تقریباً مساوی طور پر روشن ہوتے ہیں اور دوسرے خیال جلد جلد مدہم پڑتے جاتے ہیں کیونکہ ہر ایک انعکاس

(۹) کی وجہ سے روشنی کی حدت بہت کچھ گھٹ جاتی ہے۔ اگر یہ تجربہ تقریباً اندھیرے کمرہ میں ایک موم بتی کے شعلہ کی مدد سے انجام دیا جائے تو عموماً صرف تین خیال نظر آتے ہیں۔ لیکن اگر شیشہ کی تختی کی اپنی سطح پر چاندی چڑھائی ہو تو کل تقریباً پانچ خیال دکھائی دیں گے اور ان میں سے دوسرا خیال باقی سب سے زیادہ روشن ہوگا۔

معمولی آئینوں کی صورت میں ہمیں یہی دوسرا خیال نظر آتا ہے ؛
یوں تو دوسرے خیال بھی موجود ہوتے ہیں لیکن یہ اتنے مدہم ہوتے ہیں کہ
ان کو نظر انداز کیا جا سکتا ہے ۔

فرض کرو کہ دو آئینوں ۱ اور ۲ (شکل ۷) کے درمیان جن کے رخ ایک دوسرے کے آئنے سے آئنے ہیں ایک نقطی مبداء ط اس طرح واقع ہے کہ اس کا فاصلہ آئینہ ۱ سے ۱ اور آئینہ ۲ سے ۲ ہے۔ چنانچہ ۱ میں انعکاس کی وجہ سے اس کا ایک خیال ۱ پر بنیگا، آئینہ ۲ میں انعکاس کی وجہ سے اس خیال کا ایک خیال ۲ پر بنیگا، اور ۱ میں مکرر انعکاس کی وجہ سے اس دوسرے خیال کا خیال ۱ پر دکھائی دیگا اور علیٰ ہذا۔ اسی طرح آئینہ ۲ میں ط کے انعکاس پر غور کرنے سے ہمیں خیالوں ب، ب، ب، ب، ب، وغیرہ کا ایک اور لامتناہی سلسلہ حاصل ہوگا۔ یوں تو ہونے کو خیالوں کے دو لامتناہی سلسلے ہوتے ہیں لیکن متواتر انعکاسوں



سے روشنی کے تڑھم ہو جانے کی وجہ سے ہر ایک سلسلے کے صرف پہلے خیال ہی

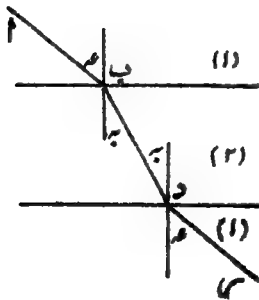
خ کا خیال خ" بنتا ہے۔ یہ چونکہ دونوں آئینوں کے پیچھے واقع ہے اس لیے یہ مزید خیال نہیں پیدا کر سکتا۔

اگر ہم شخص شی کی طرف پھر رجوع کریں تو یہ وب میں خیال خ بنائیگا جو W میں خیال خ پیدا کریگا۔ یہ خ آئینہ وب میں خیال خ بنائیگا۔ چونکہ یہ خیال دونوں آئینوں کے پیچھے واقع ہے اس لیے اس سے مزید خیال پیدا نہ ہونگے۔ پس صورت زیر غور میں گلسات خیال حاصل ہونگے اور یہ سب کے سب اس دائرہ کے محیط پر واقع رہینگے جس کا مرکز O اور نصف قطر W شی ہو۔

مختلف خیالوں کے درمیان بننے والے زاویے شکل میں دکھلائے گئے ہیں، جہاں زاویوں ۱ و ۲ اور B و شی کو بالترتیب ۱ اور ۲ سے ظاہر کیا گیا ہے۔ شکل سے ظاہر ہے کہ دو متصلہ خیالوں کا درمیانی زاویہ متبادل طور پر ۲ اور ۱ کے مساوی ہوتا ہے۔

انعطاف متوازی پہلوؤں والی سِلوں

میں سے :- فرض کرو کہ نور کی ایک شعاع AB در کسی شفاف مادہ کی متوازی پہلوؤں والی ایک تختی میں سے منعطف ہوتی ہے جیسا کہ شکل ۱۲ میں دکھلایا گیا ہے۔



شکل ۱۲

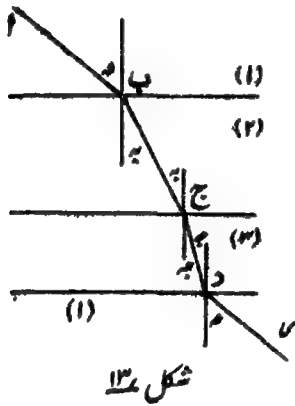
فرض کرو کہ اس تختی کا انعطاف نامالجمعا اس واسطے کے جس میں کہ یہ رکھی ہے مہم ہے اور واسطہ کا انعطاف نامالجمعا کے مادہ کے لحاظ سے یہ ہے۔ تجربہ سے پایا جاتا ہے کہ متوازی پہلوؤں والے کسی واسطے میں سے گزرنے پر کسی شعاع کی سمت نہیں بدلتی۔ اس لیے

شعاع خارج در عماد کے ساتھ وہی زاویہ عہ بناتی ہے جو کہ شعاع داخلہ اگر زاویہ انعطاف کو بہ سے تعبیر کیا جائے تو :

$$\text{مہ} = \frac{\text{جب عہ}}{\text{جب بہ}} ; \text{مہ} = \frac{\text{جب بہ}}{\text{جب عہ}}$$

$$\text{لہذا مہ} = \frac{1}{\text{مہ}}$$

اب فرض کرو کہ متوازی پہلوؤں والی دو سیل ایک ساتھ رکھی ہوئی ہیں اور نور کی شعاع ا ب ج در ان میں سے گزرتی ہے جیسا کہ شکل ۱۳ میں دکھلایا گیا ہے۔ فرض کر دو کہ دوسرے واسطہ کا انعطاف نما پہلے واسطہ کے اعتبار سے مہ ہے، تیسرے واسطہ کے اعتبار سے مہ ہے، اور پہلے واسطہ کا انعطاف نما تیسرے واسطہ کے اعتبار سے مہ ہے۔



(۱۱)

چنانچہ اگر بہ اور جہ کی قیمتیں حسبِ صراحت شکل ہوں تو

$$\text{مہ} = \frac{\text{جب عہ}}{\text{جب بہ}} ; \text{مہ} = \frac{\text{جب بہ}}{\text{جب جہ}} \text{ اور } \text{مہ} = \frac{\text{جب جہ}}{\text{جب عہ}} \dots (۱)$$

$$\text{پس } \text{مہ} = \frac{\text{جب عہ}}{\text{جب بہ}} \times \frac{\text{جب بہ}}{\text{جب جہ}} \times \frac{\text{جب جہ}}{\text{جب عہ}} = 1$$

$$\text{اور } \frac{1}{\text{مہ}} = \frac{1}{\text{مہ}} = \text{مہ}$$

معیاری دباؤ کے تحت : ہر کی تیش پر ہوا کا انعطاف نا خلا کے

لحاظ سے ۳۰۰۰۰۰ ہے۔ کسی واسطہ کا انعطاف نما خلا کے اعتبار سے عام طور پر اس واسطہ کا مطلق انعطاف نما کہلاتا ہے اور جب کسی گیس کا انعطاف نما بتا دیا جاتا ہے تو ہمیشہ اس کا مطلق انعطاف نما ہی مراد ہوتا ہے۔ جب شیشہ یا کسی مائع کا انعطاف نما بتا دیا جاتا ہے تو عام طور پر ہوا کے اعتبار سے اس واسطہ کا انعطاف نما مراد ہوتا ہے۔ اگر کسی واسطہ کا آیا مطلق انعطاف نما دیا جائے یا ہوا کے اعتبار سے اس کا انعطاف نما تو ان میں سے دوسرا انعطاف نما مساوات $m_1 = m_2$ میں m_1 کی مدد سے آسانی معلوم کر لیا جاسکتا ہے کیونکہ ہوا کا مطلق انعطاف نما معلوم ہے۔ اگر ہم شکل ۱۳ کے تینوں واسطوں کے مطلق انعطاف نماؤں کو بالترتیب m_1, m_2, m_3 سے تعبیر کریں تو $m_1 = m_2 = m_3$ اور $m_1 = m_2 = m_3$ پس مساوات بالا (۱) کو ذیل کی شکل میں لکھا جاسکیگا:

$$m_1 \text{ جب } e = m_2 \text{ جب } b = m_3 \text{ جب } c$$

اس مساوات کو آسانی اس طرح وسعت دی جاسکتی ہے کہ یہ متوازی منبوی سطوں سے گھرے ہوئے ن واسطوں کی صورت پر بھی حاوی ہو۔ چنانچہ اس سے ہمیں معلوم ہوگا کہ کسی ایک واسطہ میں شعاع کا میلان، اس شعاع کے صرف اصلی میلان پر منحصر ہوتا ہے اور اس میلان میں درمیانی واسطوں کو کوئی دخل نہیں ہوتا۔

فلکی انعطاف :- چونکہ ہوا کا انعطاف نما خلا کے انعطاف نما

کے مقابلہ میں قابل لحاظ طور پر بڑا ہے، اس لیے جب کسی ستارے سے آنے والی شعاعیں ہمارے ہوائی کرہ میں داخل ہوتی ہیں تو وہ منعطف ہو جاتی ہیں۔ اس انعطاف کا اثر یہ ہوتا ہے کہ ستارہ آسمان پر اپنے اصلی مقام سے بلند تر نظر آتا ہے۔ چونکہ ہوائی کرہ کے بالائی طبقوں کی کثافت اور بنا بریں

اس کا انعطاف نما بتدریج گھٹتا جاتا ہے اس لیے یہ سارا انعطاف بیک وقت عمل میں نہیں آتا بلکہ ہوائی کرہ میں سے شعاعوں کے گزر کے دوران میں یہ شعاعیں بتدریج مڑتی جاتی ہیں۔ چنانچہ اگر یہ فرض کر لیا جائے کہ ہوائی کرہ بعض ایسے متوازی طبقوں میں منقسم ہے جن میں سے ہر ایک کے لیے انعطاف نما مستقل لیکن اس سے نیچے والے طبقہ کے انعطاف نما سے کمتر ہوتا ہے، تو اس بتدریج گھٹنے والے انعطاف نما کا اثر حاصل کیا جاسکتا ہے۔



شکل ۱۷

ایسے ایک طبقہ میں سے شعاع کا گزر

شکل ۱۷ میں دکھلایا گیا ہے۔ نقطہ ط پر لگیہ انعطاف کے اطلاق سے ہمیں حاصل ہوگا:

$$\text{مہ جب قہ} = \text{مہ جب مہ} = \text{مہ جب (قہ-مہ)}$$

جہاں مہ وہ انحراف ہے جو اس انعطاف کی وجہ سے

پیدا ہوتا ہے۔ چونکہ مہ ایک چھوٹا زاویہ ہے

اس لیے ہم لکھ سکتے ہیں جب مہ = مہ اور مہ = ۱۔

بنابریں مساوات بالا ہو جائیگی :-

$$\text{مہ جب قہ} = \text{مہ جب مہ} = \text{مہ جب (قہ-مہ)}$$

$$\text{مہ} = (\text{مہ} - \text{مہ}) \text{مس قہ}$$

کیونکہ مہ کو تقریباً ۱ کے مساوی لکھا جاسکتا ہے۔ اگر ہم ایسی ہی مساوات علی الترتیب تمام دیگر طبقوں کے لیے بھی لکھ کر ان سب مساواتوں کو جمع کر لیں۔ اور اگر ہم یہ مان لیں کہ قہ ۹۰ کے قریب نہیں ہے اور بنا بریں مس قہ آہستہ آہستہ بدلتا جاتا ہے تو مجموعی انحراف مہ کی تقریبی قیمت مضابطہ ذیل سے حاصل ہوگی :

$$\text{مہ} = (\text{مہ} - ۱) \text{مس قہ}$$

جہاں مہ ہوائی کرہ کے انعطاف نما کی وہ قیمت ہے جو زمین کی سطح کے قریب پائی جاتی ہے۔ ہوائی کرہ کے بلند ترین طبقہ کا انعطاف نما صریحاً ہوتا ہے۔ فلکی انعطاف کا مکمل نظریہ بہت پیچیدہ ہے کیونکہ اس اثر کی قدر

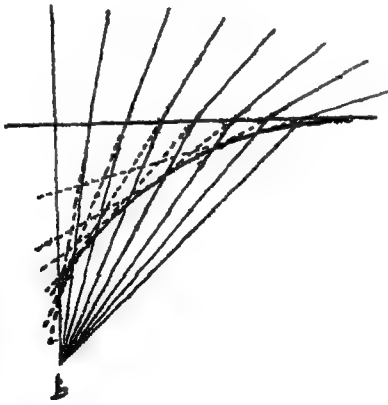
ہوائی کرہ کی تپش اور اس کے دباؤ پر منحصر ہوتی ہے۔ جیسے جیسے کوئی ستارہ اُفق کے قریب آتا جاتا ہے۔ ویسے ویسے اس میں انعطاف کی وجہ سے اوپر کی سمت میں پایا جانے والا نقل مکان بہت جلد جلد بڑھتا جاتا ہے۔ اور بالآخر جب زاویہ قدرتی قیمت ۹۰ ہو جاتی ہے تو اس نقل مکان کی قدر ۳۵ پر پہنچ جاتی ہے۔ یہ نقل مکان اُس زاویہ سے بڑا ہے جو سورج یا چاند کے قطر کے عکاسی بنتا ہے۔ چنانچہ جب سورج کی رُص کا پخلا کنارہ اُفق سے چھوٹا نظر آتا ہے تو یہ ساری قرص درحقیقت اُفق کے مستوی سے نیچے ہوتی ہے۔ پس ہوائی کرہ کے انعطاف کی وجہ سے دن کے دونوں سرے طویل ہو جاتے ہیں اور رات میں اتنی ہی کمی ہو جاتی ہے۔

ریگستان میں بعض اوقات ہوائی وہ یرت جو ریت سے مس کرتی رہتی ہے اس سے بلند تر پر توں کے مقابلہ میں بہت زیادہ گرم ہو جاتی ہے جس سے اس کی کثافت اور اس کا انعطاف نامناسب گھٹ جاتا ہے۔ چنانچہ نور کی جو شعاعیں آسمان کی طرف سے آتی ہوئی اس گرم یرت پر ایک بہت بڑا زاویہ بناتی ہوئی داغ ہوتی ہیں وہ کئی طور پر منعکس ہو کر ریت تک پہنچے بغیر ہی اوپری سر سطحوں میں واپس لوٹ جاتی ہیں۔ اگر یہ شعاعیں کسی مشاہد کی آنکھ میں داخل ہوں تو اُس کو بظاہر ایسا معلوم ہوگا گویا کہ ریت میں آسمان کا ایک حصہ منعکس ہو رہا ہے اور وہ اس کو ایک جھیل کی سطح سمجھتا ہے۔ اس منظر کو ٹراپس کے نام سے موسوم کیا جاتا ہے۔

اگر دور کی چیزیں گرم ہوائی ٹوئیں سے آتھیں تو ان سے خارج ہونے والی یا سمندر سے آتھیں تو یہ گرم ہوا کی ٹوئیں سے گرم ہوا میں سے) دیکھی جائیں تو یہ گرم ہوا کے انعطاف نما کے کم ہونے کا نتیجہ ہے۔ گرم ہوا کے قطعے مشوروں کی طرح عمل کرتے ہوئے شعاعوں کو منحرف کرتے اور ان کی آمد کی ظاہری سمتوں کو بدل دیتے ہیں۔ چونکہ گرم ہوا کے ان قطعوں کے محل اور ان کی شکل ہمیشہ بدلتی جاتی ہے اس لیے ان میں سے دیکھی ہوئی چیزیں کا بیتی نظر آتی ہیں۔ اسی طرح ستاروں کی

پہلے اس خردین کی تسیک اس کے تخت پر کے ایک نشان پر کر لی جاتی ہے۔ پھر اس نشان پر شیشہ کی ریل رکھ کر خردین کی تسیک نشان کے اس مجاذی خیال پر کر لی جاتی ہے جو اس ریل کی وضہ سے بنتا ہے۔ اس عمل میں خردین کو جس فاصلہ میں سے اوپر اٹھانا پڑتا ہے وہ ط ق کو تعبیر کرتا ہے۔ یہ فاصلہ خردین کے پیمانے پر پڑھ لیا جاتا ہے۔ پھر خردین کی تسیک ریل کی اوپری سطح پر کے کسی نشان پر کر لی جاتی ہے اور اس صورت میں خردین کو جس فاصلہ میں سے اوپر اٹھانا پڑتا ہے وہ ق ع کو تعبیر کرتا ہے۔ پس ط ق اور ق ع کے علم سے ریل کا انعطاف نما محسوب کر لیا جاسکتا ہے۔

اس طریقہ سے مایعات کا انعطاف نما معلوم کرنے کے لیے خردین



نسل ۱۶ (داشن کی "مبیعات" سے)

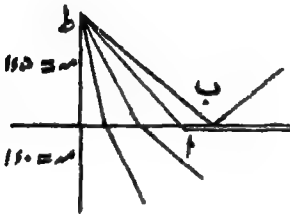
کی تسیک پہلے مایع رکھے ہوئے برتن کی پیندی پر کے کسی خراش پر کر لی جاتی ہے، پھر یہ تسیک مایع کی سطح پر تیرنے والے گرد یا کھریا کے سفوف پر عمل میں لائی جاتی ہے۔ بہر حال اس طریقہ سے زیادہ صحیح نتائج حاصل نہیں ہوتے اور اس سے نظریہ کی صرف توضیح میں کام لیا جاتا ہے۔

بہتر ہوگا کہ اس طریقہ میں خردین کے صلیبی تاروں کے ساتھ مروجہ ہوئی گیس کے چشمہ کی بجائے ڈیٹسڈن کا چشمہ استعمال کیا جائے۔ اس میں صلیبی تاروں اور خیال کے درمیان جو اختلاف نظر پایا جاتا ہے اس سے ٹھیک ٹھیک تسیک میں بڑی سہولت پیدا ہو جاتی ہے۔

اگر نقطہ ط سے شعاعیں طع کے ساتھ وسیع زاویے بناتی ہوئی متبع ہوں تو انعطاف کے بعد ان کی سمتیں نقطہ ق سے نہیں گزریں گی بلکہ ایک منحنی کو مس کریں گی، جیسا کہ شکل ۱۷ میں دکھلایا گیا ہے۔ یہ منحنی آتش منحنی کہلاتا ہے۔

انعکاس کلی: — زاویہ وقوع اور زاویہ انعطاف کے

درمیان رشتہ جب $ق = م$ جب م پایا جاتا ہے۔ اگر ایک شعاع بلند انعطاف نما والے واسطہ میں سے پست انعطاف نما والے واسطہ میں، (۱۳) مثلاً شیشہ سے ہوا میں، داخل ہو تو م کی قیمت اسے کم ہوتی ہے۔ جیسے جیسے شیشہ کے اندر زاویہ وقوع $ق$ بڑھتا جاتا ہے ویسے ویسے زاویہ انعطاف م بھی بڑھتا جاتا ہے اور جب م جب $ق$ مساوی ہو جائے م کے تو جب $م = ۱$ اور $ق = ۹۰$ ۔ رشتہ جب $ق = م$ سے زاویہ وقوع کی جو قیمت حاصل ہوتی ہے اس کو زاویہ فاصل کہتے ہیں۔ جب زاویہ وقوع، زاویہ فاصل سے بڑا ہوتا ہے تو جب م بڑا ہوتا ہے اسے اس لیے م کی



شکل ۱۷

قیمت حقیقی نہیں ہو سکتی یعنی منعطف شعاع موجود ہی نہیں ہوتی۔ اسی صورت میں کہا جاتا ہے کہ روشنی کلی طور پر منعکس ہو رہی ہے۔ شکل ۱۷ میں انعطاف نما ۵ دالے شیشہ کی سطح پر اندرونی طور واقع ہونے والے شعاعوں کے لیے وقوع اور انعطاف کے متناظر انعطافی زاویے دکھلائے گئے ہیں۔ شعاع ط ا عماد کے

ساتھ زاویہ فاصل بناتی ہے اور شعاع ط ب کلی طور پر منعکس ہو جاتی ہے۔

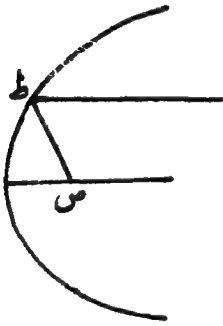
غیر مُضَلّ سطّحیں: — دو نقطوں کے درمیان مناظری

فاصلہ یا دو نقطوں کے درمیان کسی شعاع کے طے کردہ فاصلہ مناظری

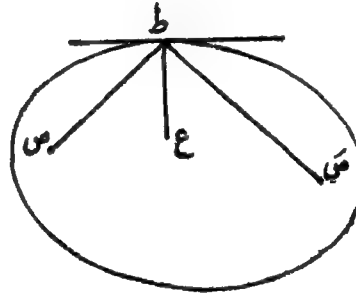
طول، اس حقیقی فاصلہ اور اس راستہ کو سمائے ہوئے واسطہ کے انعطاف نما کے حاصل ضرب سے تعبیر ہوتا ہے۔ اگر یہ راستہ مختلف واسطوں میں سے گزرے تو اس کا مناظری طول معلوم کرنے کے لیے اس کے ہر ایک حصہ کو اس واسطہ کے انعطاف نما سے ضرب دے کر جس میں کہ یہ حصہ واقع ہے، ایسے تمام ضربی حاصلوں کا مجموعہ لینا ہوتا ہے۔

غیر مُفضل سطح سے مراد ایک ایسی سطح ہے جس کے ہر ایک نقطہ کے لیے دو ثابت نقطوں سے اس کے مناظری فاصلوں کا مجموعہ مستقل ہو۔ فرض کرو کہ دو ثابت نقطے ص اور ص' ایک ہی واسطہ میں واقع ہیں، روشنی راست غیر مُفضل سطح تک جا کر واپس آتی ہے، اور ط اس غیر مُفضل سطح پر کوئی نقطہ ہے۔ بنا بریں اس کی مساوات ہوگی:

$$ص ط + ص' ط = م$$



شکل ۱۹



شکل ۱۸

جہاں م ایک مستقل ہے۔ یہ مساوات اس گردشی ناقص نما کی ہے جس کے مائے ص اور ص' ہیں، یعنی اس سطح کی جو شکل ۱۸ والے قطع ناقص کو خط ص ص' کے گرد گھمانے پر حاصل ہوتی ہے۔ اب قطع ناقص کے

(۱۵)

خواص میں سے ایک یہ بھی ہے کہ اس پر کے کسی نقطہ کو اس کے ماسکوں سے ملانے والے خطوط، اس نقطہ پر کھنچے ہوئے ماس اور عماد کے ساتھ مساوی زاویے بناتے ہیں۔ چنانچہ اگر نقطہ ط پر کا عماد ط ع ہو تو

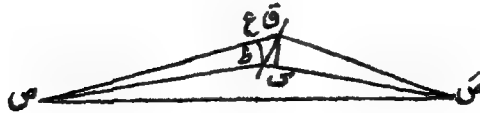
$$\angle ص ط ع = \angle ص ط ع$$

اور اگر اس ناقص مناسی اندرونی سطح کو ایک آئینہ مان لیا جائے تو نور کی کوئی شعاع جو اس سطح پر ایک ماسک سے واقع ہو انعکاس کے بعد دوسرے ماسک میں سے گزرنی چاہیے۔

اگر ان ماسکوں میں سے ص کو لاتنا ہی تک ہٹا دیا جائے تو یہ ناقص مناسی مکانی بنا ہو جائیگا اور اگر ص کو ایک مبدا اور نور سمجھا جائے تو ص سے متبع ہونے والی ہر ایک شعاع خواہ یہ کسی زاویہ پر کیوں نہ ہو، اس آئینہ پر منعکس ہونے کے بعد اس کے محور کے متوازی ہو جائیگی بالعکس اس کے ایک مکانی بنا آئینہ لاتنا ہی فضل پر کے کسی جسم سے آنے والی تمام شعاعوں کو ایک نقطتی ماسک پر پہنچا دیتا ہے۔

فرض کرو کہ نقطہ ص انعطاف بنا ا والے کسی واسطہ میں واقع ہے اور نقطہ ص انعطاف نامہ والے کسی واسطہ میں۔ بنا بریں اس کی غیر مفصل سطح کی مساوات ہو جائیگی۔

$$\angle ص ط م + \angle ص ط م = \angle ص ط م$$



شکل ۲۱

ۛ اس مساوات سے تعبیر ہونے والا منحنی کارٹیزی ناقص کہلاتا ہے۔

جہاں ط اس سطح پر کا کوئی نقطہ ہے۔ فرض کرو کہ ق ایک متصلہ نقطہ ہے ط کا (شکل ۱۲) ط سے ص ق پر عمود ط ع کھینچو اور ق سے ص ط پر عمود ق ک کھینچو۔ بنا بریں چونکہ زاویہ ع ص ط چھوٹا ہے اس لیے ہم کہہ سکتے ہیں ص ط = ص ع : اسی طرح ص ک = ص ق۔ اب ص ط + مہ = ص ط = م اور ص ق + مہ = ص ق = م۔ اس لیے عمل تفریق سے

$$\text{ص و} - \text{ص ط} = \text{مہ} \quad (\text{ص ط} - \text{ص ق})$$

$$\text{ص ق} - \text{ص ع} = \text{مہ} \quad (\text{ص ط} - \text{ص ک})$$

$$\text{ع ق} = \text{مہ} \quad \text{ط ک}$$

جانبین کو ط ق پر، جس کو خط مستقیم کا ایک چھوٹا سا ٹکڑا مان لیا جاسکتا ہے۔ تقسیم کر دو تو حاصل ہوگا:

$$\frac{\text{ع ق}}{\text{ط ق}} = \frac{\text{مہ}}{\text{ط ک}}$$

لیکن ع ق \ ط ق = جم ع ق ط = جب (ص ق کا زاویہ وقوع) اور ط ک \ ط ق = جم ک ط ق = جب (ط ص کا زاویہ انعطاف) اس لیے انتہا میں چل کر جب ق ط کو لا انتہا طور پر چھوٹا کر دیا جائے تو یہیں حاصل ہوگا: جب (ص ط کا زاویہ وقوع) = مہ۔ جب (ص ط کا زاویہ انعطاف) یعنی شعاع ص ط منعطف ہو کر ص میں سے گزریگی۔ پس وہ تمام شعاعیں جو ص سے اس سطح پر واقع ہوں انعطاف کے بعد ص میں سے گزریگی اور ص ایک حقیقی خیال ہو گا ص کا۔

مرکز و سے و ا کی دوری پر ایک دائرہ کھینچو، جہاں ا محیط پر کا

(۱۶) کوئی نقطہ ہے (شکل ۱۳)۔ پھر اسی مرکز سے $\frac{و ا}{مہ}$ اور مہ ۱۰ کی دوری پر

دو دائرے کھینچو جہاں مہ بڑا ہے اسے۔ کوئی خط و ط کھینچو جو ان دائروں کے

بالترتیب ط اور ق پر قلع کرے۔ ق ۱ اور ط ۱ کو ملاؤ۔

مثلث ۱ ط و اور اق و

میں د ۱ و ۱ مشترک ہے

اور ط و ۱ و ۱ : وق ۱ : پس

یہ مثلث آپس میں مشابہ ہیں اور

د ق ۱ و ۱ = د ۱ ط و۔ بنا بریں:

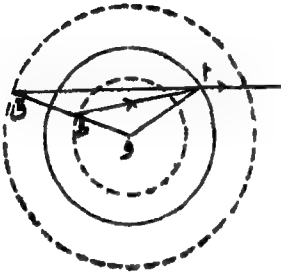
جب ق ۱ و ۱ = جب ط و ۱ و ۱ = مہ

جب ط و ۱ و ۱ = جب ط و ۱ و ۱ = ط و

اگر ہم نصف قطر و ۱ والے دائرہ کو

ششہ کے ایک ایسے کرہ کی تراش

شکل ملے



مان تیں جس کا مرکز و اور انعطاف نہامہ ہو تو اس کرہ کے ایک اندرونی

نقطہ ط سے واقع ہونے والی شعاع کرہ کی سطح پر منقطف ہونے کے بعد

نقطہ ق سے آتی ہوئی معلوم ہوگی کیونکہ و ۱ نقطہ ۱ پر اس کروی سطح کا عماد

ہے۔ بنا بریں ق خیال ہوتا ہے ط کا۔ ط اور ق اس کرہ کے

غیر متصل نقطے کہلاتے ہیں اور اس کرہ کی سطح کو نقاط ط اور

ق کے لیے غیر متصل سطح کہتے ہیں۔ کرہ کی صورت میں غیر متصل

نقطوں کی تعداد لا انتہا ہوتی ہے اور اندرونی کرہ پر کے ہر ایک نقطہ

کے جواب میں بیرونی کرہ پر ایک غیر متصل نقطہ موجود ہوتا ہے۔

اندرونی کرہ پر ط کو گھیرے ہوئے ایک چھوٹے سے رقبہ کے جواب

میں خیال کے طور پر بیرونی کرہ کے نقطہ ق کے گرد رقبہ کا ایک ٹکڑا موجود

ہوتا ہے۔ اب اندرونی کرہ کی مساوی سطح کا رقبہ πr^2 (مہ ۱) ہے اور

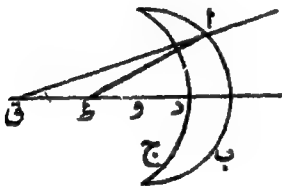
بیرونی کرہ کی ساری سطح کا رقبہ πR^2 (مہ ۱) ہے۔ اس لیے ق کو

گھیرے ہوئے ٹکڑے کا رقبہ اس ٹکڑے کے رقبہ کا جس کا کہ یہ خیال ہے مہ ۱

گنا ہوگا۔

معمولی عدسوں سے واضح خیال صرف اُمی صورت میں بنتے ہیں جبکہ یہ شعاعیں محور کے ساتھ چھوٹے زاویے بنائیں۔ لیکن کرہ کے غیر منفصل نقاط کی خاصیت سے مدد سے کر ایک ایسا عدسہ بنایا جاسکتا ہے جس سے ایک واضح خیال حاصل ہوتا ہے خواہ یہ شعاعیں محور سے کسی زاویہ پر کیوں نہ متبع ہوں۔

مثلاً فرض کرو کہ ا ب ج د ایک ایسے عدسہ کی تراش ہے



شکل ۲۲

جس کا محور و د ہے۔ فرض کرو کہ

ایک سطح ج د کا مرکز انحناء

ہے ط اور ق دوسری سطح

ا ب کے غیر منفصل نقاط

ہیں۔ بنا بریں ط سے متبع ہونے والی

تمام شعاعیں عدسہ میں منحرف

ہوئے بغیر داخل ہو گئی اور دوسری

سطح پر منعطف ہونے کے بعد

ق سے متبع ہوتی ہوئی معلوم ہو گئی۔ پس اس طرح یہ عدسہ ط کا

ججاری خیال ق پر پیدا کرتا ہے۔

لیکن ایسی ساخت والے عدسہ سے صرف اُمی وقت کام لیا جاسکتا

ہے جبکہ شخص کا ایک واحد معین محل ہو اور مستعمل روشنی ایک وئی ہو۔

انتہائی راہ کا کٹبیہ :- کلیات انعکاس و انعطاف،

”کٹبیہ انتہائی“ نامی ایک نہایت عام کٹبیہ میں غنم کر دیے جاسکتے ہیں

یہ کٹبیہ حسب ذیل ہے : دو نقطوں کے درمیان کسی شعاع کا طے کردہ مناظری

فاصلہ مقیم ہوتا ہے یعنی یا تو غنم ہوتا ہے یا اقل۔ یہ کٹبیہ سابق میں ”فرما کا

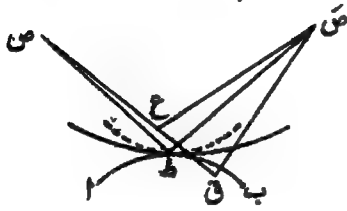
اُصون اقل وقت“ Fermat's Principle of Least Time

کہلاتا تھا اور اس کو حسب ذیل غلطیہ یا یہ میں بیان کیا جاتا تھا : نور کی

شعاعیں اُن نقطوں کے درمیان جن کو یہ ملائی ہیں اقل ترین مناظری فاصلہ ہوتی ہیں۔

(۱۷) یہ کلیہ پہلے منحنی سطح پر کے واحد انعکاس کی صورت کے لیے ثابت کیا جائیگا۔ اس میں صریحاً مستوی سطح پر کے انعکاس کی صورت بھی شامل ہوگی۔

فرض کرو کہ ص سے آنے والی ایک شعاع منحنی سطح ا ب کے



شکل ۲۳

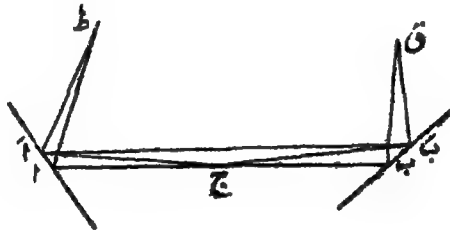
نقطہ ط پر واقع ہوتی ہے اور اس سے منعکس ہو کر ص پر پہنچ جاتی ہے (شکل ۲۳)۔ اس منحنی سطح پر کوئی اور نقطہ ق لو جس کا اُسی مستوی میں ہونا ضروری نہیں جس میں کہ ص، ط اور ص واقع ہیں۔ ص ق اور ص ق کو ملاؤ پچانچہ ہیں ثابت یہ کرنا ہوگا کہ ق کے

ہر ایک محل کے لیے، خواہ یہ کہیں کیوں نہ واقع ہو، ص ط + ص ط یا تو بڑا ہوگا یا کم ہوگا ص ق + ص ق سے۔

ص اور ص کو مانگے مان کر ایک گردشی ناقص نکالیں جو سطح ا ب کو ط پر سر کرے۔ فرض کرو کہ ص ق اس ناقص نما کو ع پر قطع کرتا ہے۔ بنا بریں گردشی ناقص نما کی خاصیت کی رو سے ص ط + ص ط = ص ع + ص ع۔ لیکن ص ع > ص ق + ص ق پس ص ع + ص ع > ص ق + ص ق یعنی ص ط + ص ط > ص ق + ص ق۔ اگر سطح ا ب، ص اور ص کی جانب ناقص نما کی بہ نسبت زیادہ مقعر ہوتی جیسا کہ نقطہ دار منحنی سے دکھلایا گیا ہے تو ص ق اس کو ناقص نما سے ملنے سے پہلے ہی قطع کیا ہوتا اور بنا بریں ہمیں حاصل ہوتا، ص ط + ص ط > ص ق + ص ق

منحنی سطح پر کے انعطافات کی صورت سے بھی دوسری غیر متصل سطح کی مدد سے اسی طرح بحث کی جاسکتی ہے۔

اب دو انعکاسوں کی صورت پر غور کرو۔ فرض کرو کہ ط ا ب ق کسی شعاع کا حقیقی راستہ ہے اور ط ا ب ق اس کا ایک متعذر راستہ ہے۔ مان لو کہ ا اور ب درجہ پہلے رتبہ کی چھوٹی مقداریں ہیں بنا بریں انتہائی راہ والے کلیہ کا اقتضایہ ہے کہ ان دونوں راستوں کا فرق دوسرے



شکل ۲۲

رتبہ کی ایک چھوٹی مقدار ہونا چاہیے۔ ا اور ب ہر دو سے کچھ فاصلہ پر لیکن خط ا ب ہی پر ایک نقطہ ج لو۔ چونکہ انتہائی راہ والا کلیہ ایک واحد انعکاس کی صورت پر صادق آتا ہے اس لیے

$$ط ا + ا ج = ط ج$$

$$ج ب + ب ق = ج ق$$

اور جہاں تک کہ پہلے رتبہ کی چھوٹی مقداروں کا تعلق ہے۔ اس لیے راستہ ط ا ج ب ق میں اور راستہ ط ج ب ق میں صرف دوسرے رتبہ کی چھوٹی مقداروں کا فرق ہوتا ہے۔ اس ثبوت کو مکمل کرنے کے لیے ہمیں یہ بھی ثابت کرنا چاہیے کہ ا ج + ج ب اور ا ب کا فرق صرف دوسرے رتبہ کی چھوٹی مقداروں پر مشتمل ہوتا ہے، اور صورت حال صریحاً یہی ہے کیونکہ ج کا فاصلہ ا ب سے پہلے رتبہ کا ہے زیادہ پیچیدہ صورتوں سے بھی اسی طرح بحث کی جاسکتی ہے۔

مثالیں

(۱۸)

(۱) اگر سورج کی روشنی کو ایک باریک سُورخ میں سے داخل ہونے دیا جائے تو ان شعاعوں کے حصول کے لیے ترتیب دیے ہوئے ایک پردہ پر سُورج کا خیال بنتا ہے، لیکن اگر سُورخ بڑا ہو تو ہمیں اس سُورخ کا خیال حاصل ہوتا ہے۔ اس کی توجیہ کر دو۔

(۲) ہوا کے اعتبار سے شیشہ اور پانی کے انعطاف نما بالترتیب ۱۵۲ اور ۳۳ ہیں۔ شیشہ کا انعطاف نما پانی کے اعتبار سے معلوم کرو۔

(۳) ایک متور نقطہ دو ایسے مستوی آئینوں کے درمیان رکھا ہوا ہے جو ایک دوسرے سے ۹۰ کے زاویہ پر مائل ہیں۔ ان آئینوں پر انعکاس کی وجہ سے پیدا ہونے والے خیالوں کے محل اور ان کی تعداد معلوم کرو۔ نیز شعاعوں کی جس فسل کی مدد سے ہر ایک خیال بنتا ہے، آنکھ تک اس کے محرک راستہ ایک نقشہ کے ذریعہ دکھلاؤ۔

(۴) ایک متور نقطہ دو ایسے مستوی آئینوں کے درمیان رکھا ہوا ہے جو ایک دوسرے سے ۹۰ کے زاویہ پر مائل ہیں۔ ان کے انعکاس سے پیدا ہونے والے خیالوں کی تعداد معلوم کرو اور ثابت کرو کہ یہ سب ایک ہی دائرے کے محیط پر واقع ہوتے ہیں۔

(۵) دو مستوی آئینے جو ایک دوسرے سے زاویہ ط پر مائل ہیں ایک دوسرے کو نقطہ و پر قطع کرتے ہیں۔ ط ان آئینوں کے درمیان ایک نقطہ ہے اور ط ق ع ایک ایسی شعاع ہے جو نقطہ ط سے نکل کر ان آئینوں کے متواتر انعکاسوں کے بعد پھر نقطہ ط پر واپس آتی ہے۔ ثابت کرو کہ و ط زاویہ ق ط ع کی تفسیف کرتا ہے اور یہ کہ اس کے راستہ کا طول ۲ و ط جب ط ہے۔

(۶) چاندنی رات میں، جب سمندر کی سطح پر چھوٹی چھوٹی لہریں پائی جائیں، پانی کی سطح پر چاند کے ایک واضح خیال کی بجائے چاند کی سمت میں روشنی کی ایک پتلی دکھائی دیتی ہے۔ نقشہ کی مدد سے سمجھاؤ کہ ایسا کیوں ہوتا ہے۔

(۷) سورج کے قرص کے مرکز کا ظاہری فراز ۳۰ ہے۔ حقیقی فراز کی قیمت دریافت کرو۔ خلا سے ہوا میں داخل ہونے والے نور کے لیے انعطاف نما ۱۵۰۰۰ مان لیا جاسکتا ہے۔

(۸) ایک مشاہدہ کہ جو صاف شفاف پانی کے ایک حوض کو تہ کی طرف دیکھ رہا ہے، اس کی گہرائی ۴ فٹ معلوم ہوتی ہے۔ اس کی حقیقی گہرائی کیا ہے؟

(۹) شیشہ کی ایک ریل کے اندر ایک ہوائی بلبہ ہے جو اس ریل کی سطح کی طرف عموداً دیکھنے والی آنکھ کو ریل کی سطح سے ۲ سمریچے دکھائی دیتا ہے۔ اگر شیشہ کا انعطاف نما ۱۵۵۲ ہو تو ریل کی سطح سے بلبہ کا حقیقی فاصلہ کیا ہے؟

(۱۰) شیشہ کی ایک ریل کو جس کی دبازت ۱۰ سمر اور جس کا انعطاف نما ۱۵۵۲ ہے، کاغذ پر بنے ہوئے ایک نشان کے اوپر اس طرح پھڑا لیا جائے کہ اس کی پچھلی سطح اور نشان کا درمیانی فاصلہ ۶ سمر ہے۔ اس نشان کی طرف ریل میں سے انقباضاً دیکھنے والی آنکھ کو یہ نشان کہاں نظر آئے گا؟ اپنے جواب کو ایک نقشہ کے ذریعہ واضح کرو۔

(۱۱) دو مستوی آئینے ایک دوسرے سے ایک مستقیم زاویہ پر مائل ہیں اور اس اجتماع کو آئینوں کے خط تقاطع کے گرد اس کو محور قرار دے کر گھمایا جاسکتا ہے۔ اگر ایک شعاع پہلے ایک آئینہ میں اور پھر دوسرے آئینہ میں عکس ہو تو ثابت کرو کہ اس اجتماع کی گردش سے شعاع کے انحراف میں کوئی فرق نہیں آتا۔

(۱۲) غیر متوازی سطحوں کی خامیت سے مدد لے کر ثابت کرو کہ اگر نقطہ ط سے آنے والی شعاع کو ایک مستوی آئینہ کی مدد سے اس طرح منعکس کیا جائے کہ یہ نقطہ ق پر آ پہنچے تو اس شعاع کے راستہ کا

مناظری طول اقل ہوتا ہے یعنی کم ہوتا ہے کسی اور ایسے راستہ کے مناظری طول سے جو ط سے آئینہ تک اور پھر یہاں سے ق تک کہینچا جائے۔

(۱۳) غیر مفصل سطحوں کی خاصیت سے مدد لیے بغیر راست ثابت کرو کہ: اگر نقطہ ط سے آنے والی ایک شعاع کسی کثیف تر واسطہ کی مستوی سطح پر اس طرح منعطف ہو کہ اس واسطہ کے اندر ایک نقطہ ق پر پہنچے تو اس شعاع کے راستہ کا مناظری طول ط اور ق کے درمیان کسی اور راستہ کے مناظری طول سے چھوٹا ہوگا۔

(۱۴) مقعر آئینہ کے انعکاس کی صورت میں شخص اور خیال کے محلوں کو مربوط کرنے والے ضابطہ کو کثیف انتہائی راہ کی رو سے، یعنی کثیف انعکاس سے مدد لیے بغیر اخذ کرو۔



دوسرا باب

کروی آئینوں اور عدسوں کی ابتدائی نظریہ

کروی آئینے :- اگر دو واسطوں کی سرحدی سطح کی شکل کروی اور اچھی طرح صیقل شدہ ہو تو اس کو کروی آئینہ کہتے ہیں۔ اس پر چاندی چڑھی ہوئی ہونا ضروری نہیں؛ شیشہ کی، چاندی نہ چڑھی ہوئی سطح سے بھی اتنے ہی واضح خیال بنتے ہیں لیکن اگر شیشہ کی سطح پر چاندی چڑھی ہوئی ہو یا اگر یہ آئینہ سپیکولم (speculum) وصات (تانبہ) اور رنگ کی بھرت) کا بنا ہوا ہو تو خیال بہت زیادہ روشن ہوتے ہیں۔ باب ہذا کے سادہ نظریہ کے اطلاق کے لیے چاندی شیشہ کے سامنے کے رخ پر چڑھی ہوئی ہوئی چاہیے، کیونکہ اگر آئینہ شیشہ کی ایک ایسی تیلی تختی پر مشتمل ہو جس کی پچھلی سطح پر چاندی چڑھی ہوئی ہو تو نور کی شعاعیں پچھلی سطح پر منعکس ہونے سے پہلے اور نیز اس کے بعد سامنے کی سطح پر منعطف ہو جاتی ہیں۔

کروی آئینوں کو دو جماعتوں میں تقسیم کیا جاتا ہے: مقعر اور محدب۔ مقعر کروی آئینہ کی صورت میں نور اس کی سطح پر اُسی جانب سے واقع ہوتی ہے جس جانب کہ اس سطح کا مرکز انحناء (یعنی اس کرہ کا مرکز جس کا کہ

یہ سطح ایک حقہ ہے (واقع ہوتا ہے ۔ محذب کروئی آئینہ کی صورت میں نور اس کی سطح پر مرکز انحناء کی مخالف سمت سے واقع ہوتی ہے ۔ چنانچہ شیشہ اور ہوا کی درمیانی سطح کو ہم بجاظ اس امر کے کہ مبدا نور کس جانب واقع ہے یا تو متعقّر سمجھ سکتے ہیں یا محذب ۔

جن ضابطوں سے مندر اور عدسوں کی مدد سے بننے والے خیالوں کے محل حاصل ہوتے ہیں وہ حرکت ہوتے ہیں ۔ چنانچہ اگر کسی آئینہ کی وجہ سے بننے والے خیال کا محل اس آئینہ سے فاصلہ رخ پر واقع ہو اور ہم ضابطہ رخ کی قیمت دریافت کریں ۔ جواب میں ہمیں $+10$ سمرا ۔ ۱۰ سمرا بھی کوئی قیمت حاصل ہو سکتی ہے ۔ اس ہم نور کی ابتدائی درسی کتابوں میں یہ طریقہ رائج رہا ہے کہ واقع نور کی مخالف سمت کو مثبت مان لیا جائے : چنانچہ $+10$ سمرا کے معنی یہ ہو گا خیال آئینہ کی اس جانب جس سے کہ نور آ رہا ہے آئینہ سے $+10$ سمرا کے فاصلے پر واقع ہے : اور -10 سمرا کے معنی یہ ہیں کہ خیال آئینہ کی دوسری جانب آئینہ سے $+10$ سمرا کے فاصلے پر واقع ہے ۔ برخلاف اس کے : مندر تھیلی اور تریسات میں مثبت اعداد ہمیشہ دائیں جانب لیے جاتے ہیں ۔ اور منفی اعداد بائیں جانب اور آج کل ملاں میں اتنے منہج مرتسمہ کراٹھ جاتے ہیں کہ یہ قرار داد طلباء کے بخوبی ذہن نشین ہو جاتی ہے ۔ ان دونوں کتابوں میں $+10$ ذوں میں بجاظ اس امر کے کہ نور صفحہ کی کس جانب سے آ رہا ہے ۔ مثبت پائی جاتی ہے یا تضاد ہوتا ہے ۔ اس ساری کتاب میں ہم مندر تھیلی کی قرار داد اختیار کریں گے اور $+10$ سمرا کے معنی یہ ہونگے کہ خیال آئینہ کی بائیں جانب $+10$ سمرا کے فاصلے پر واقع ہے ۔ خواہ نور کسی جانب سے کیوں نہ آئے ۔ اس امر کی کوئی وجہ نہیں ہے کہ کیوں کوئی متعلقہ نور کا مطالعہ آغاز کرنے کے ساتھ ہی اپنا مندر تھیلی بھول جائے بالخصوص جب کہ ایک قرار داد کو دوسری قرار داد پر کوئی فزیت حاصل نہ ہو ۔

فرض کرو کہ $+10$ سمرا مندر کروئی آئینہ کی تراش ہے $+10$ و -10 کا (۲۰)

مرکز اخنابے، اور ط نور کا ایک نقطی مبداء ہے۔ ط و کو ملا کر اس کو
یہاں تک بڑھاؤ کہ یہ آئینہ کو نقطہ

اُپر قطع کرے۔ پہلے ہم یہ فرض کرینگے کہ اط بڑا ہے او۔

۱ ط سے ایک چھوٹا سا
زاویہ عہ بناتی ہوئی ایک شعاع
کھینچو جو آئینہ سے نقطہ ہب پر
جاملے۔ تب وہ آئینہ کے

اُس چھوٹے سے ٹکڑے پر جو ب کے گرد واقع ہے عماد ہوگا۔ فرض کرو کہ
 $\angle P = 90^\circ$ ۔ یہ شعاع B پر منکس ہونے کے بعد عماد سے زاویہ
 نہ بناتی ہوئی A ط سے نقطہ قی پر آتی ہے۔ $\angle P = 90^\circ$ کو بہ سے اور
 $\angle B = 90^\circ$ کو ج سے تعبیر کرو اور فرض کرو کہ A کے لحاظ سے نقاط P و
 اور ق کے محدث A ص اور خ ہیں۔
 تب شکل سے ظاہر ہے کہ:

ب = ف + ع اور ج = ف + ی

اور اس لیے $\angle C = 2\angle B$ - لیکن چونکہ $\angle A$ اور $\angle B$ چھوٹے زاویے ہیں اس لیے ہم کہہ سکتے ہیں :

$$\frac{\text{اب}}{\text{ع}} = \text{م} , \frac{\text{اب}}{\text{ض}} = \text{ب} , \frac{\text{اب}}{\text{خ}} = \text{ج}$$

پس مساوات بالا میں یہ قیمتیں درج کر کے اب پر تقسیم کر دینے سے
ہمیں حاصل ہوگا :

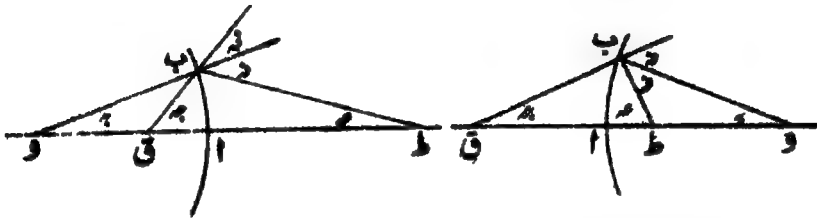
$$\frac{2}{\text{ص}} = \frac{1}{\text{ع}} + \frac{1}{\text{ش}}$$

اگر نقطہ ط، و کی دوسری جانب واقع ہو اور منکس شعاع
ا ط سے ا کی داہنی جانب ہی آئے تو بھی ا م یہی طریقہ اختیار کر سکتے ہیں۔

لیکن اگر دبا ق، ا ط سے ا کی بائیں جانب آئے (شکل ۱۷) تو زاویوں کے باہمی تعلقات حسب ذیل ہونگے:-

$$ج = د + ب، ۲ = د + ج$$

جس سے ج - د = ۲ - ب۔ لیکن اس صورت میں ج = $\frac{ا ب}{ج}$ اور اس لیے



حل شد

حل شد

آخری مساوات وہی ہوتی ہے جو اوپر حاصل ہوئی ہے۔
اگر آئینہ محذب ہو (شکل ۱۷) تو یہ مساواتیں حسب ذیل ہوتی ہیں:

$$ج = د + ب، ۲ = د + ج$$

اور بنا بریں ج - د = ۲ - ب۔ اس صورت میں ج = $\frac{ا ب}{ج}$ اور اس لیے

اور ج = $\frac{ا ب}{ج}$ اور اس لیے ضابطہ کی شکل آخر کار پھر وہی ہوتی ہے۔

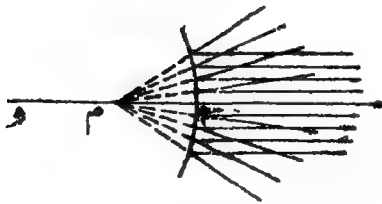
شکل ۱۷ اور ۱۸ میں یہ امر غور طلب ہے کہ نقطہ ق میں سے منعکس شعاع خود نہیں گزرتی بلکہ پیچھے کی طرف بڑھائے جانے پر محض اس کی سمت گزرتی ہے۔

اس لیے وہ شعاعیں جو نقطہ ط سے قشع ہوتی اور ط کو آئینہ کے

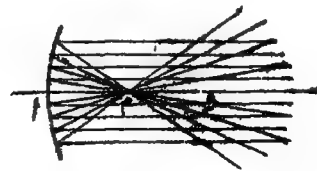
مرکز انحناء سے ملانے والے خطِ مستقیم کے ساتھ ایک چھوٹا سا زاویہ بناتی ہیں، آئینہ پر منکس ہونے کے بعد یا تو ایک دوسرے نقطہ ق کی طرف مستقیم ہوتی ہیں یا اس سے متبع ہوتی نظر آتی ہیں۔ بالفاظِ دیگر یہ آئینہ نقطہ ط کا خیال ق پر بناتا ہے۔

اشکال ۲۵، ۲۶ اور ۲۷ میں سے ہر ایک میں آئینہ کو اور بنا بریں نقطہ و کو اپنی جگہ قائم رکھ کر خط ط و کو نقطہ و میں سے شکل کی مستوی کے علی القوایم گزرنے والے ایک محور کے گرد ایک چھوٹے سے زاویہ میں گھاؤ۔ اس سے ط اور ق ایسی قوسین مرتسم کریں گے جن کو خطوطِ مستقیم مان لیا جاسکتا ہے۔ اس کے بعد شکل کو ط و کے گرد گھاؤ تو ط اور ق پر رقبہ کے چھوٹے چھوٹے دائری عناصر مرتسم ہونگے اور ان میں سے ایک عنصر دوسرے کا خیال ہوگا۔

کروی آئینوں کا کنارہ عام طور پر دائری ہوتا ہے اور وہ خطِ مستقیم جو مرکز انحناء سے اس دائری کنارہ کے مستوی پر عمود وار گرایا جاتا ہے آئینہ کا محور کہلاتا ہے۔ گویا ہم نے یہ ثابت کیا ہے کہ کروی آئینہ ایک چھوٹی سی مستوی شکل کا جو اس آئینہ کے محور پر اور اس کے علی القوایم واقع ہو، ہمیشہ ایک خیال بناتا ہے۔



شکل ۲۵



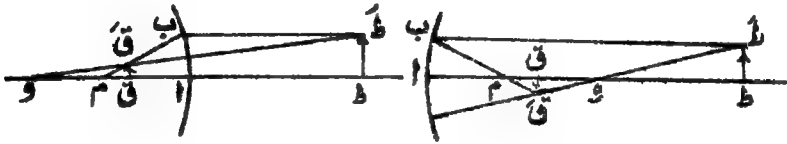
شکل ۲۶

اگر شخص لا تنہا ہی پر ہو تو $\frac{1}{f} = \frac{1}{u} + \frac{1}{v}$ صفر ہوتا ہے اور رخ مساوی ہو جاتا

ہے $\frac{۱}{۲}$ کے۔ ایسی صورت میں تمام واقع شعاعیں متوازی ہوتی ہیں اور

انعکاس کے بعد یہ ایک ایسے نقطہ M کی طرف جو A اور O کے ٹھیک درمیان ہوتا ہے یا تو مستقیم ہوتی ہیں یا اس نقطہ سے تنبع ہوتی معلوم ہوتی ہیں۔ اس نقطہ M کو کروی آئینہ کا صدر ماسکہ یا صرف ماسکہ کہتے ہیں اور طول AM اس کا ماسکی طول کہلاتا ہے جس کو عام طور پر M سے تعبیر کیا جاتا ہے۔

اگر ماسکہ کی خاصیت اور یہ امر کہ کروی آئینہ خیال بناتا ہے، مان لیا جائے تو خیال کا محل اور اس کی جماعت حسب ذیل ترسیبی محل سے باسانی معلوم کرنی جاسکتی ہے: فرض کرو کہ P پر ایک شخص واقع ہے (اشکال ۳۱، ۳۲) جس کا صرف نصف حصہ P ہے۔ نقطہ P سے



شکل ۳۱

شکل ۳۲

مرکز انحناء O میں سے گزرتی ہوئی ایک شعاع کھینچو۔ یہ چونکہ آئینہ پر عموداً واقع ہوتی ہے اس لیے انعکاس کے بعد اپنے اصلی راستہ پر واپس لوٹ آتی ہے۔ ایک اور شعاع P ب محور کے متوازی کھینچو۔ یہ انعکاس کے بعد یا تو ماسکہ میں سے واقعہ گزریگی یا اس سے گزرتی ہوئی معلوم ہوگی۔ (۳۳) اس لیے نقطہ Q جہاں BM ، P کو قطع کرتا ہے P کا خیال ہوگا اور بنا بریں اس سے محور پر کھینچا ہوا عمود Q ، P کا خیال ہوگا P کا۔ چونکہ A ب مرکز انحناء کے مقابلہ میں چھوٹا ہے (شکل میں محض

وضاحت کی خاطر اس کو بڑا دکھلایا گیا ہے) اس لیے اس کو مستقیم اور
ا ط کے علی القوایم مان لیا جاسکتا ہے۔ بنا بریں ا ب = ط ط اور

اس لیے $\frac{ا ب}{ق ق} = \frac{ط ط}{ق ق}$ - یعنی مثلثات ا ب م اور ق ق م اور

نہیں مثلثات ق ق و اور ط ط و مشابہ ہیں۔ پس :

$$\frac{ا ب}{ق ق} = \frac{ا م}{ق م} \text{ اور } \frac{ط ط}{ق ق} = \frac{ط و}{ق و}$$

لیکن ان دونوں مساواتوں کی داہنی جانبیں پہلے سے مساوی ہیں۔
اس لیے :

$$\frac{ا م}{ق م} = \frac{ط و}{ق و}$$

$$\frac{م - م_۲}{خ - م_۲} = \frac{م}{خ - م}$$

جس سے $م (م - م_۲) = (خ - م_۲) (م - م_۲)$ (م - خ)

$$م ش + م خ = ش خ$$

اور ش خ م سے تقسیم کر دینے پر :

$$\frac{ش}{م} + \frac{۱}{خ} = \frac{۱}{م} = \frac{۲}{ص}$$

یہ مساوات وہی ہے جو پہلے حاصل ہو چکی ہے۔

اشکال ۳ اور ۳ سے خیال اور شخص کی اضافی جاسٹیں بھی
حاصل کی جاسکتی ہیں۔ کیونکہ

$$\frac{ق ق}{ط ط} = \frac{ق و}{ط و} = \frac{ص - خ}{ش - ص} = \frac{خ (ش - \frac{۱}{ص})}{ش (ص - \frac{۱}{ش})}$$

لیکن چونکہ

$$\frac{1}{ش} + \frac{1}{خ} = \frac{2}{ص}$$

اس لیے

$$\frac{1}{خ} - \frac{1}{ص} = \frac{1}{ش}$$

اور

$$\frac{ق ق}{ط ط} = - \frac{خ}{ش}$$

نسبت $\frac{ق ق}{ط ط}$ کو خطی تکبیر کہتے ہیں۔ اس کی منفی علامت کے معنی یہ ہیں کہ اگر $ش$ اور $خ$ دونوں کی علامت ایک ہی ہو تو $ق ق$ اور $ط ط$ محور سے مختلف سمتوں میں کھینچے گئے ہیں یعنی یہ کہ خیال اُلٹا ہے۔ بہر حال علامتوں سے قطع نظر کرتے ہوئے مساوات بالا کو قاعدہ ذیل کے الفاظ میں بیان کیا جاسکتا ہے: خیال اور شخص کے خطی ابعاد کے مابین وہی نسبت پائی جاتی ہے جو آئینہ سے ان کے فاصلوں کے مابین۔

کروڑی آئینوں پر سوالات حل کرتے وقت بہتر ہوگا کہ صرف مساوات

$$\frac{1}{ش} + \frac{1}{خ} = \frac{2}{ص}$$

ہی پر اعتبار نہ کیا جائے بلکہ نتائج کی تصدیق ترسیعی عمل سے کر لی جائے ورنہ علامت کی غلطیوں کا بڑا احتمال ہوتا ہے۔

۲۳) جیسے جیسے کسی شخص کا محل بدلتا جائے ویسے ویسے ایک کروڑی آئینہ سے بننے والے خیال کے محل اور اس کی نوعیت میں تبدیلی ترسیعی عمل سے باسانی معلوم کر لی جاسکتی ہے۔ چنانچہ شخص کے مختلف محلوں کے مائل اس کے خیال کے محل اور اس کی نوعیتیں جدول ذیل میں بتلائی گئی ہیں:

مقعر آئینہ

شخص کا محل	خیال کا محل	خیال کی نوعیت
لاٹا ہی پر م اور و کے درمیان و پر و اور م کے درمیان م پر م اور آئینہ کے درمیان آئینہ پر	ماسک پر م اور و کے درمیان و پر و اور م کے درمیان لاٹا ہی پر آئینہ کے پیچھے لاٹا ہی فاصلہ سے آئینہ آئینہ پر	حقیقی حقیقی، معکوس، منکسر حقیقی، معکوس، اُسی قامت کا حقیقی، معکوس، منکسر بجازی، سیدھا، منکسر بجازی، سیدھا، اُسی قامت کا

محدب آئینہ

شخص کا محل	خیال کا محل	خیال کی نوعیت
لاٹا ہی پر لاٹا ہی اور آئینہ کے درمیان آئینہ پر	ماسک پر م اور آئینہ کے درمیان آئینہ پر	بجازی بجازی، سیدھا، منکسر بجازی، سیدھا، اُسی قامت کا

ایک میز نصف قطر انہا والے ایک بڑے مقعر آئینہ کی مدد سے ایک دلچسپ مناظری ترتیب دیا جاسکتا ہے جو طلسمی گلدستہ کے نام سے موسوم ہے۔ کسی جزا تاریک کمرہ میں اس آئینہ کے سامنے ایک گلدستہ ایسے

عمل پر رکھ دیا جاتا ہے کہ اس سے ایک حقیقی اور محکم خیال پیدا ہو۔ اس گلدستہ کو اٹھا رکھا جاتا ہے تاکہ اس کا خیال سیدھا بنے۔ آئینہ اور گلدستہ کو ایک بڑے صندوق میں بند کر کے گلدستہ پر برقی قتیوں کی مدد سے تیز روشنی ڈالی جاتی ہے۔ یہ قتیے صندوق کے اندر اس طرح ترتیب دیے ہوتے ہیں کہ یہ باہر سے دکھائی نہیں دیتے۔ گلدستہ پر واقع ہونے والی شعاعیں آئینہ پر منعکس ہو کر صندوق کے ایک پہلو میں بنے ہوئے بڑے سے سوراخ میں سے باہر آتی ہیں اور اس کے سامنے ایک حقیقی خیال بناتی ہیں۔ اس خیال کے نیچے ایک خالی گلدان رکھ دیا جاتا ہے۔ اگر کوئی مشاہد اس گلدان کی طرف ایسی سمت میں دیکھے کہ اس کی رویت کی سمت آئینہ سے جاملے تو اس کو گلدان میں گلدستہ رکھا ہوا معلوم ہوگا لیکن اگر وہ اس کی طرف بازو سے دیکھے تو گلدان خالی نظر آئے گا۔

اسی قسم کا ایک اور مناظری فریب گزشتہ چار سال کے دوران میں مختلف مقامات پر دکھایا جاتا رہا ہے؛ اس میں تقریباً ۹ اینج کی قاست والی انسانی شکلیں ناچتی ہوئی دکھائی دیتی ہیں۔ اس فریب کی نمائش کے لیے بھی حسب سابق ایک تاریک کمرہ درکار ہوتا ہے۔ یہ شکلیں بلاشبہ حقیقی انسانوں کے محکم خیال ہوتی ہیں اور ان کے پست قد کی وجہ صرف یہ ہے کہ مقعر آئینہ سے شعاعوں کی بہ نسبت خیال بہت قریب تر ہوتے ہیں۔ اس مقعر آئینہ کا محور ناظرین کے خط رویت کے علی القوام ہوتا ہے اور شعاعیں ان کی طرف مستوی آئینوں کے ایک اجتماع کی مدد سے موڑ دی جاتی ہیں جو ان خیالوں کو اکٹھے بھی دیتا ہے۔ اس اجتماع کی تفصیلات متعلم کے لیے ایک مشق کے طور پر چھوڑ دی گئی ہیں۔

”غول پتہ“ نامی مناظری فریب کے لیے سفیشہ کی ایک بہت بڑی مستوی تختی درکار ہوتی ہے جس کو انتصاباً اور ناظرین کے خط رویت کے ساتھ ۴۵ کے زاویہ پر ترتیب دیا جاتا ہے۔ اس لیے ناظرین بیک وقت دو منظر دیکھتے ہیں: ایک پس منظر جو سفیشہ کی تختی میں سے گزر کر آنے والی شعاعوں کی وجہ سے راست دکھائی دیتا ہے، اور دوسرے وہ اشخاص جو اسٹیج کے

نفل میں ہوتے ہیں اور جو شیشہ کی تختی سے ۹۰ کے زاویہ میں منعکس شدہ شعاعوں کی مدد سے دکھائی دیتے ہیں۔ یہ پس منظر عموماً کسی قدر مدہم ہوتا ہے اور پہلے پہل وہ اداکار جس کو کہ غول کا پارٹ ادا کرنا ہوتا ہے اسٹیج کے بازو تارکی میں رکھا جاتا ہے۔ یہ اسٹیج کے نفل میں اتھکا دور رہتا ہے کہ ناظرین اس کو راست نہیں دیکھ سکتے۔ جب اس کے ”نمودار“ ہونے کا وقت آتا ہے تو اس پر تیز روشنی ڈالی جاتی ہے اور اس کا خیال منعکس روشنی کی مدد سے پس منظر کے اوپر فوراً منطبق نظر آتا ہے۔ یہ خیال بلاشبہ شفاف ہوتا ہے۔ چنانچہ پس منظر کے روشن حصے اس خیال میں سے دکھائی دیتے ہیں۔ ”کیٹینے پلاسٹیکٹ“ نامی مناظری فریب بھی ”غول پتو“ ہی کی ایک بدل ہے اس میں اسٹیج کے بازو زندہ اداکار کی بجائے ایک پردہ ہوتا ہے جس پر سینما مشین کی مدد سے کسی اداکار کی تصویر ڈالی جاتی ہے۔

انعطاف کروی سطح پر :- فرض کرو کہ دو شفاف

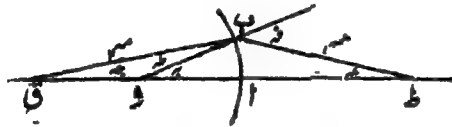
واسطوں کی مشترک سرحد کروی شکل کی ہے اور یہ کہ پہلے واسطہ کے ایک متور نقطہ سے خارج ہونے والی شعاعیں اس کروی سرحد پر منعطف ہوتی ہیں۔ ہم پہلے واسطہ کو ہوا اور دوسرے واسطہ کو شیشہ خیال کر سکتے ہیں اگرچہ کہ عمومیت کی خاطر ہم پہلے واسطہ کے انعطاف نما کو مہ سے اور دوسرے واسطہ کے انعطاف نما کو مہ سے تعبیر کریں گے اور مان لیں گے کہ مہ بڑا ہے مہ سے۔

کروی آئینوں کی صورت کی طرح یہ انعطاف انگیز سطح نقطہ ط کے لحاظ سے یا تو مقعر ہو سکتی ہے یا محدب۔ ہم پہلے اس صورت پر غور کریں گے جبکہ یہ مقعر ہو۔ (شکل ۳۲)

نقطہ ط کو اس سطح کے مرکز انحناء سے ملاؤ اور فرض کرو کہ ط و سطح زیر غور سے ۱ پر آتا ہے۔ فرض کرو کہ ط ب کوئی شعاع سے جو ط کے ساتھ ایک چھوٹا سا زاویہ مہ بناتی ہے اور سطح سے نقطہ

اگر نقطہ ط، و کی دوسری جانب واقع ہو تو ف = ع۔ بہ اور ط = جہ۔ بہ لیکن باقی سارا ثبوت وہی ہوگا۔ پس وہ تمام شعاعیں جو ط سے متبع ہوتی اور ا ط کے ساتھ ایک چھوٹا سا زاویہ بناتی ہیں انعطاف کے بعد ق سے آتی ہوئی معلوم ہوتی ہیں یا بالفاظ دیگر نقطہ ق پر نقطہ ط کا ایک مجازی خیال بنتا ہے۔

(۲۵) اگر اقطاف انگیز سطح محدب ہو (اضحاکل ۳۳ و ۳۴) تو بلحاظ اس کے کہ ب ق نقطہ کی بائیں یا دائیں جانب لے دو صورتیں پیش آتی ہیں:



شکل ۳۳

چنانچہ اگر ہم پہلی صورت پر غور کریں (شکل ۳۳) تو فہ = عہ + بہ ،
طہ = بہ - جہ اور بنا بریں :

$$(\mu_1 - \mu_2) \cdot b = \mu_1 + \mu_2 \cdot b$$

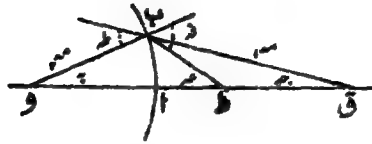
چونکہ $\frac{اب}{ش} = ج$ ، $\frac{اب}{خ} = ب$ اور $\frac{اب}{ض} = ا$ ، اس لیے

مسادات بالاسادات (۴) میں تحویل ہو جاتی ہے۔ اس صورت میں خیال حقیقی ہوتا ہے۔

اگر ہم دوسری صورت پر غور کریں (شکل ۳۳) تو فہ = عہ + بہ،
 طہ = بہ + چہ اور اس لیے :

$$(\mu - \mu_0) = \mu - \mu_0$$

اس صورت میں $\frac{اب}{س} = ج$ ، $\frac{اب}{خ} = ج$ ، اور $ج = \frac{اب}{س}$ اور $ج = \frac{اب}{خ}$ اور $ج = \frac{اب}{س}$ اور $ج = \frac{اب}{خ}$



حل ۲۲

اس لیے آخری مساوات پھر بھی وہی ہوتی ہے۔ اس صورت میں خیال مجازی ہوتا ہے۔

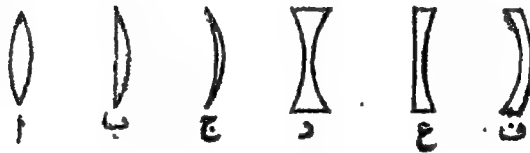
اگر اشکال ۲۲ ، ۲۳ اور ۲۴ میں انعطاف انگیز سطح اور بنا بریں نقطہ و کو قائم رکھ کر ط و کو و میں سے کاغذ کے مستوی کے علی القوایم گزرنے والے ایک محور کے گرد ایک چھوٹے سے زاویہ میں گھمایا جائے تو ط اور ق وہ چھوٹی چھوٹی قوسیں مرتسم کرینگے جن کو خطوط مستقیم مان لیا جاسکتا ہے۔ اس کے بعد اگر ان اشکال کو ا ط کے گرد گھمایا جائے تو یہ خطوط چھوٹے چھوٹے رقبے مرتسم کریں گے اور ایک رقبہ پر کا ہر ایک نقطہ دوسرے رقبہ پر سے ایک نقطہ کا خیال ہوگا۔ پس ایک کروی سطح پر انعطاف کی وجہ سے اس سطح کے محور پر کے ایسے چھوٹے چھوٹے رقبوں کے خیال حاصل ہوتے ہیں جو کہ اس محور پر عمود دار ہوں۔

النعطاف عدسہ میں سے : عدسہ سے مراد کسی

النعطاف انگیز واسطہ کا ایک ایسا حصہ ہے جو یا تو دو کروی سطحوں سے گھرا ہوا ہو یا ایک کروی سطح اور ایک مستوی سطح سے۔ ان سطحوں کے

انحنائی مرکزوں کو ملانے والا خط مستقیم عدسہ کا محور کہلاتا ہے، یا اگر ان سطحوں میں سے ایک مستوی ہو تو محور وہ خط مستقیم ہے جو دوسری سطح کے مرکز انحناسے اس مستوی سطح پر عموداً کھینچا جائے۔ (۱) محور میں سے گزرنے والا مستوی عدسہ کی صدر تراکش کہلاتا ہے۔

عدسے دو جماعتوں میں تقسیم کیے جاتے ہیں۔ پہلی جماعت کے عدسے جو محدب یا استدقاقی عدسے کہلاتے ہیں، متوازی شعاعوں کو مستقیم کر دیتے ہیں۔ دوسری جماعت کے عدسے جو مقعر یا انحنائی عدسے کہلاتے ہیں متوازی شعاعوں کو قمع کر دیتے ہیں۔ شکل ۱ سے ۶ اور ج محدب عدسوں کی صدر تراکشیں دکھائی گئی ہیں۔ ان میں سے ۱، ۲ اور ج محدب عدسے ہیں اور د، ع اور ف مقعر عدسے۔ ۱ دوہرا یا دو ٹیلا محدب عدسہ کہلاتا ہے، ۲ مستوی محدب عدسہ، اور ج ایک محدب ہلالی عدسہ۔ اسی طرح د



شکل ۱

ایک دوہرا یا دو ٹیلا مقعر عدسہ کہلاتا ہے، ع ایک مستوی مقعر عدسہ، اور ف ایک مقعر ہلالی عدسہ۔ بعض اوقات ج اور ف بلا کسی واضح امتیاز کے محدب مقعر اور مقعر محدب عدسے بھی کہلاتے ہیں۔

اگر ایک محدب عدسہ کسی ایسے واسطے میں رکھا جائے جس کا انعطاف نما اُس شیشے کے انعطاف فاسے جس کا یہ عدسہ بنا ہوا ہے بڑا ہو تو یہ عدسہ ایک مقعر عدسہ کی طرح عمل کرتا ہے۔

فرض کرو کہ ایک عدسہ ایک ایسے واسطے میں رکھا ہے جس کے

محاط سے عدسہ کے مادہ کا انعطاف نامہ ہے۔ نیز فرض کرو کہ اس کے محور پر ایک متوز نقطہ ط واقع ہے جس کا فاصلہ عدسہ کی پہلی سطح سے ش ہے۔ فرض کرو کہ اس کی دونوں سطحوں کے انحنائی مرکوزوں کے فاصلے اپنی اپنی سطح سے بالترتیب ص_۱ اور ص_۲ ہیں اور عدسہ کی دبازت محور کی سیدھ میں د ہے۔

پہلی سطح پر انعطاف کی وجہ سے ط کا ایک خیال بنتا ہے۔ فرض کرو کہ عدسہ کی پہلی سطح سے اس کا فاصلہ ف ہے۔ تب مساوات (۴) سے :

$$(۵) \dots\dots\dots \frac{1}{ص_۱} - \frac{۱}{ص_۲} = \frac{۱}{ف} - \frac{۱}{د}$$

یہ خیال عدسہ کی دوسری سطح سے فاصلہ ف + د پر واقع ہوگا اور اس دوسری سطح پر انعطاف کی وجہ سے پہلے خیال کا پھر ایک خیال بنیگا۔ فرض کرو کہ اس دوسرے خیال کا فاصلہ دوسری سطح سے خ ہے۔ تب مساوات (۴) کا دوبارہ اطلاق کرنے پر :

$$(۶) \dots\dots\dots \frac{۱}{ص_۲} - \frac{۱}{ص_۳} = \frac{۱}{ف + د} - \frac{۱}{خ}$$

اب فرض کرو کہ عدسہ پتلا ہے اور د کو ف کے مقابلہ میں نظر انداز کر دیا جاسکتا ہے۔ بنا بریں مساوات (۶) ہو جائیگا :

$$(۷) \dots\dots\dots \frac{۱}{ص_۲} - \frac{۱}{ص_۳} = \frac{۱}{ف} - \frac{۱}{خ}$$

مساواتوں (۵) اور (۷) کے طرفین کو جمع کرنے پر ہمیں بالآخر حاصل ہوگا :

$$(۸) \dots\dots\dots \left(\frac{۱}{ص_۱} - \frac{۱}{ص_۲} \right) + \left(\frac{۱}{ص_۲} - \frac{۱}{ص_۳} \right) = \frac{۱}{ف} - \frac{۱}{خ}$$

یہی وہ اساسی مساوات ہے جس سے ایک پتلے عدسہ کی وجہ سے بننے والے خیال کا محل حاصل ہوتا ہے۔

اگر شخص عدسے سے لاتنا ہی فاصلہ پر واقع ہو تو واقع شعا میں

متوازی ہوتی ہیں، تب $\frac{1}{x} = 0$ اور رخ

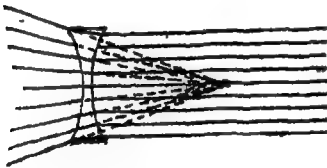
$$\frac{1}{(1 - \frac{1}{v})} =$$

(۲۴)

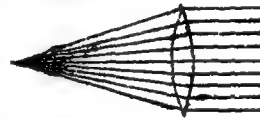
اس مقدار کو عدسہ کا ماسکی طول کہتے ہیں جس کو عام طور پر m سے تعبیر کیا جاتا ہے۔ اگر مساوات (۸) کی بائیں جانب m کو درج کیا جائے تو پتے عدسہ کی اساسی مساوات حسب ذیل ہو جاتی ہے:

$$\frac{1}{m} = \frac{1}{x} - \frac{1}{v}$$

اگر عدسہ محدب ہو تو لا متناہی پر کے ایک شخص کا خیال عدسہ کی دوسری جانب واقع ہوتا ہے اور حقیقی ہوتا ہے (فصل ۳۶)۔ اگر عدسہ مقعر ہو تو



فصل ۳۶



فصل ۳۷

خیال عدسہ کی اسی جانب واقع ہوتا ہے جس جانب سے کہ واقع شعاعیں آتی ہیں اور یہ خیال مجازی ہوتا ہے۔ (فصل ۳۷) مساوات:

$$\frac{1}{m} = (1 - \frac{1}{v}) (\frac{1}{x})$$

سے m کی قیمت معلوم کرتے وقت v اور x کی علامتوں کا لحاظ از بس

ضروری ہے۔ اگر عدسہ دوہرا محدب یا دوہرا مقعر ہو تو اس کی دونوں سطحوں کے مرکز انحناء عدسہ کی مخالف جہت میں واقع ہونگے اور بنا بریں ص اور ص' کی علامتیں ایک دوسرے کی مخالف ہونگی۔ اس امر کا انحصار کہ کونسی سطح مثبت ہے اور کونسی منفی ہے ایک تو اس بات پر ہوتا ہے کہ آیا یہ عدسہ دوہرا محدب ہے یا دوہرا مقعر اور نیز اس بات پر بھی کہ عدسہ کی کونسی سطح صفحہ کے دائیں جانب واقع ہے، لیکن ہر صورت میں عددی قیمتیں درج کر دینے کے بعد دوسری قوس کے اندر کی دونوں رقبہ ایک ہی علامت کی ہونی چاہئیں۔ اگر عدسہ مقعر محدب یا محدب مقعر ہو تو ص اور ص' کی علامتیں ایک ہی ہونگی اور عددی قیمتیں درج کر دینے کے بعد دوسری قوس کے اندر کی دونوں رقبوں کی علامتیں مختلف ہوتی ہیں، یہ دونوں منحنی سطحیں ایک دوسرے کے اثر کی جزاً تعدیل کر دیتی ہیں۔ اگر عدسہ مستوی محدب یا مستوی مقعر ہو تو ص یا ص' لا متناہی ہو جاتا ہے۔

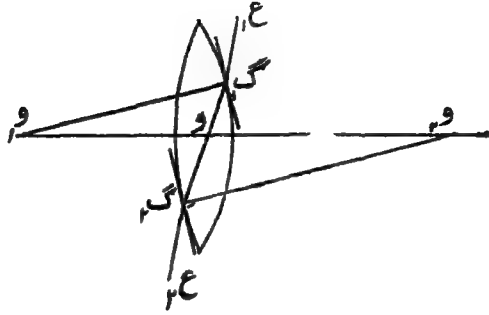
عدسہ کا مناظری مرکز:۔ اگر ایک شعاع کسی عدسہ میں

سے منحرف ہوئے بغیر گزرے، تو اس شعاع کی سمت عدسے میں سے خارج ہونے کے بعد متوازی رہے گی اس کی اُس سمت کے جو وقوع سے پہلے پائی جائے تو عدسہ اس شعاع پر متوازی پہلوؤں والی ایک رستہ کی طرح عمل کرنا چاہیے اور نقاط وقوع اور خروج پر کے ماسی مستوی باہم متوازی ہونے چاہئیں۔

فرض کرو کہ ع گ گ' ع ایسی ایک غیر منحرف شعاع ہے چنانچہ نصف قطر و گ اور و گ' جو ماسی مستویوں پر عمود دار ہوتے ہیں باہم متوازی ہونے چاہئیں۔ فرض کرو کہ گ گ' عدسہ کے محور کو و پر قطع کرتا ہے۔

مثلاً و و گ اور و و گ' مثلاً ہیں کیونکہ گ و و گ' = گ و و گ' (کیونکہ و گ متوازی ہے و گ' کے) اور

$> \text{وگ} = \text{وگ} - \text{پس وو} : \text{وو} :: \text{وگ} : \text{وگ}$
یا الفاظ دیگر دونوں سطحوں کے مرکزوں کا درمیانی فاصلہ ان کے نصف قطروں



شکل ۳۵

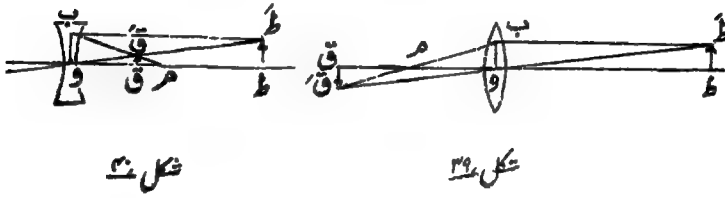
کی نسبت میں منقسم ہو جاتا ہے اور و ایک ثابت نقطہ ہوتا ہے۔ اس لیے وہ تمام شعاعیں جو اس عدسہ کی وجہ سے منحرف نہیں ہوتیں اس کے محور پر کے ایک ثابت نقطہ میں سے گزرتی ہیں۔ یہ نقطہ عدسہ کا منطری مرکز کہلاتا ہے۔

بالعکس اس کے، اگر کوئی شعاع منطری مرکز میں سے گزرے تو یہ منحرف نہیں ہوتی کیونکہ اگر نقاط وقوع اور خروج سے نصف قطر کھینچے جائیں تو یہ ثابت کیا جاسکتا ہے کہ یہ باہم متوازی ہوتے ہیں۔

شکل ۳۶ میں وضاحت کی خاطر مبالغہ سے کام لیا گیا ہے۔ ع و گ جیسی ماہل وضع یہ واقع ہونے والی شعاعوں پر غور کرنے کی ضرورت کبھی پیش نہ آئیگی۔ جب عدسہ تیار ہو تو ہم منطری مرکز کو اور ان دونوں نقطوں کو جن پر عدسہ کا محور اس کی سطحوں کو قطع کرتا ہے۔ باہم منطبق خیال کر سکتے ہیں۔

خیال کے محل کی ترسیمی تعین :- اگر عدسہ کے ماسک

اور مناظری مرکز کے خواص مان لیے جائیں تو خیال کا محل ترسیبی طریقہ سے
 آسانی معلوم کر لیا جاسکتا ہے۔ چنانچہ فرض کرو کہ ط ط شخص کے نصف
 حصہ کو تعبیر کرتا ہے۔ ط سے ایک شعاع محور کے متوازی کھینچو جو عدسہ سے
 نقطہ ب پر آئے۔ عدسہ کی وجہ سے منعطف ہونے کے بعد یہ شعاع یا تو
 فی الحقیقت نقطہ م میں سے گزرے گی (شکل ۳۹) یا نقطہ م میں سے
 گزرتی ہوئی معلوم ہوگی (شکل ۴۰)۔ ط سے ایک اور شعاع کھینچو



شکل ۳۹

شکل ۴۰

جو عدسہ کے مناظری مرکز و میں سے گزرتی ہے۔ یہ بغیر انحراف کے
 گزر جائیگی۔ وہ نقطہ جہاں یہ دونوں شعاعیں ایک دوسرے کو قطع
 کرتی ہیں یعنی ق، خیال ہوگا ط کا اور محور پر کا عمود ق ق خیال
 ہوگا ط کا۔

تیلے عدسہ کے لیے ایسی مساوات اشکال ۳۹ اور ۴۰ سے
 آسانی اخذ کی جاسکتی ہے۔ چنانچہ $وب = ط ط$ اور بنا بریں
 $\frac{وب}{ق ق} = \frac{ط ط}{ق ق}$ - ثلثات مرق ق ق اور م و ب اور

نیز ثلثات وق ق ق اور و ط ط باہم مشابہ ہیں۔ پس

$$\frac{وب}{ق ق} = \frac{وم}{ق م} \text{ اور } \frac{ط ط}{ق ق} = \frac{ط و}{ق و}$$

لیکن ان دونوں مساواتوں کی داہنی جانبیں پہلے ہی سے مساوی (۲۹)

ہیں۔ پس

$$\frac{وم}{قم} = \frac{ط و یا م}{ق و یا م - خ} = \frac{ش}{ش - خ}$$

جس سے $خ م = ش م - ش خ$ اور اس ساری مساوات کو $ش خ م$ سے تقسیم کر دینے پر:

$$\frac{1}{خ} = \frac{1}{ش} - \frac{1}{م}$$

خیال اور شخص کے اضافی تمامتیں بھی اشکال ۳۹ اور ۴۰ سے حاصل ہو جاتی ہیں کیونکہ:

$$\frac{ق ق'}{ط ط'} = \frac{وق}{وط} = \frac{خ}{ش}$$

یعنی خیال اور شخص کے خطی ابعاد میں وہی نسبت پائی جاتی ہے جو عدسہ سے ان کے فاصلوں میں۔

عدسوں کے متعلق عددی سوالات حل کرتے وقت بہتر ہوگا کہ صرف مساوات

$$\frac{1}{خ} = \frac{1}{ش} - \frac{1}{م}$$

ہی پر اعتبار نہ کیا جائے بلکہ ترسیبی عمل سے بھی نتیجہ کی تصدیق کرنی جائے۔

جیسے جیسے شخص کا محل بدلتا جاتا ہے ویسے ویسے ایک عدسہ سے بننے والے خیال کا محل اور اس کی نوعیت میں تبدیلی ترسیبی عمل سے آسانی معلوم کرنی جاسکتی ہے۔ یہ نتائج ذیل کی جدولوں میں درج ہیں:-

محدب عدسہ

شخص کا محل	خیال کا محل	خیال کی نوعیت
لاٹنا ہی پر ۱۰۰ اورش = ۲ م کے درمیان ش = ۲ م پر ش = ۲ م اورش = ۲ م کے درمیان ش = ۲ م پر	ماسکہ پر خ = ۲ م اورخ = ۲ م کے درمیان خ = ۲ م پر خ = ۲ م اورخ = ۱۰۰ کے درمیان خ = ۱۰۰ پر	حقیقی حقیقی، معکوس، کبتر حقیقی، معکوس، انجی قامت کا حقیقی، معکوس، کبتر مجازی، سیدھا، کبتر

مقعر عدسہ

شخص کا محل	خیال کا محل	خیال کی نوعیت
لاٹنا ہی پر ۱۰۰ اور عدسہ کے درمیان	ماسکہ پر ماسکہ اور عدسہ کے درمیان	مجازی مجازی، سیدھا، کبتر

حل شدہ مثالیں

نوٹ :- ذیل کی مثالوں میں یہ مان لیا گیا ہے کہ روشنی داہنی جانب سے آرہی ہے۔

(۱) ایک مقعر آئینہ کا نصف قطر انحناء ۱۶ سمر ہے۔ اگر اس آئینہ سے

(۱) ۲۰ سمر (ب) ۶ سمر کے فاصلہ پر ۵ سمر کی قامت کا ایک شخص رکھا ہو تو اس کے خیال کا محل، اس کی نوعیت اور قامت معلوم کرو۔
(۱) ضابطہ کی رو سے :

$$\frac{2}{16} = \frac{1}{x} + \frac{1}{20}$$

پس $x = \frac{1}{\frac{1}{16} - \frac{1}{20}}$ ۱۳ سمر اور خیال حقیقی اور معکوس ہے۔ تکبیر $\frac{x}{16} = \frac{2}{3}$ اور اس لیے خیال کی قامت $\frac{1}{3}$ ۳ سمر ہوگی۔

(ب) اس صورت میں :

(۳۰)

$$\frac{2}{16} = \frac{1}{x} + \frac{1}{4}$$

پس $x = -$ ۲۲ یعنی خیال آئینہ کے پیچھے، مجازی، اور سیدھا ہوتا ہے۔
تکبیر $- = -\frac{22}{4} = -۵$ ، اور اس لیے خیال کی قامت ۲ سمر ہوگی۔

(۲) ایک محدب آئینہ کا نصف قطر انحناء ۱۶ سمر ہے۔ جب ۵ سمر کی قامت کا ایک شخص اس آئینہ سے ۲۰ سمر کے فاصلہ پر رکھا ہو تو خیال کا محل، اس کی نوعیت اور قامت معلوم کرو۔

اس صورت میں مرکز انحناء آئینہ کے پیچھے ہوتا ہے۔ اس لیے ص کی قیمت ۱۶ لکھی جانی چاہیے۔ تب ضابطہ کی رو سے :

$$\frac{2}{16} = -\frac{1}{x} + \frac{1}{20}$$

پس $x = -$ ۵۵۔ بنا بریں خیال آئینہ کے پیچھے، مجازی اور سیدھا ہوگا۔

تکبیر $- = -\frac{20}{20 \times 4} = -\frac{1}{2}$ اور اس لیے خیال کی قامت $\frac{1}{2}$ ۱ سمر۔

(۳) ایک پتلے محدب عدسہ کی دونوں سطحوں کے نصف قطر انحناء بالترتیب ۲۰ سمر اور ۴۰ سمر ہیں اور جس شیشہ کا یہ بنا ہوا ہے اس کا انعطاف نما ۱۵ ہے۔ اس کے ماسکی طول کی عددی قیمت معلوم کرو جب کہ یہ عدسہ (۱) دھرا محدب ہو (ب) مقعر محدب ہو۔
پہلی صورت میں

$$\frac{1}{m} = (1 - 15) \left(\frac{1}{40} + \frac{1}{20} \right) \text{ یعنی } m = \frac{2}{3} \times 20 = 26 \text{ سمر}$$

اور دوسری صورت میں

$$\frac{1}{m} = (1 - 15) \left(\frac{1}{40} - \frac{1}{20} \right) \text{ یعنی } m = 80 \text{ سمر}$$

(۴) ایک محدب عدسہ کا ماسکی طول ۴۰ سمر ہے۔ خیال کے محل معلوم کرو جبکہ شخص کے فاصلے عدسہ سے (۱) ۶۰ سمر (ب) ۳۰ سمر ہوں۔
اس صورت میں $m = -40$ کیونکہ شعاں عدسہ کی منفی جانب ماسکے میں آتی ہیں۔ پس پہلی صورت میں :

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{40} = -\frac{1}{60}$$

یعنی $x = -120$ سمر اور خیال حقیقی ہے اور عدسہ کی جس جانب شخص ہے اس کی مخالف جانب واقع ہوتا ہے۔ دوسری صورت میں :

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{40} = \frac{1}{30}$$

لہذا $x = +120$ سمر۔ یعنی خیال مجازی اور عدسہ کی اُسی جانب واقع ہوتا ہے جس جانب کہ شخص ہے۔

مثالیں

(۱) ایک مقعر آئینہ کا نصف قطر انحناء ۴۰ سمر ہے۔ شخص کے وہ محل

معلوم کر دین کے معاملہ اس کی تنگی قامت کا ایک حقیقی خیال اور اس کی دگنی قامت کا ایک مجازی خیال حاصل ہو۔

(۲) ایک مقعر آئینہ کے سامنے ۵ سمر کے فاصلہ پر ایک گلدستہ اُلٹا لٹکایا ہوا ہے۔ اس آئینہ کے سامنے ۱۰۰ سمر کے فاصلے پر ایک خالی گلدان رکھا ہوا ہے۔ اس آئینہ کا نہایت قطر انخا کیا ہونا چاہیے کہ یہ گلدستہ آئینہ کی طرف دیکھنے والے ایک مشاہد کو گلدان میں نظر آئے ؟

(۳) شیشہ کا ایک کرہ جس کا قطر ۶ پچ ہے، پانی سے بھرا ہوا ہے۔ اس پانی کے اندر ایک نقطہ ایک قطر کے ایک سرے سے دوسرے سرے تک حرکت کرتا ہے۔ اگر ایک مشاہد اس قطر کی سمت میں متحرک نقطہ کو دیکھ رہا ہو تو اس کے خیال کے محل کی تبدیلیاں مرتسم کرو۔ شیشہ کی دبازت نظر انداز کر دی جاسکتی ہے۔

(۴) ایک محدب آئینہ کا نصف قطر انخا ۱۵ سمر ہے۔ شخص اس آئینہ سے ایک میٹر کے فاصلے پر واقع ہے اور اس کی قامت ۵ سمر ہے۔ خیال کا محل اور اس کی قامت معلوم کرو۔

(۵) شیشہ کے ۳ سمر قطر والے ایک کرہ میں ہوا کا ایک چھوٹا سا بلبہ رہ گیا ہے جو ایک قطر کی سیدھ میں دیکھے جانے پر کرہ کی سطح سے ایک سمر کے فاصلہ پر معلوم ہوتا ہے۔ اگر اس شیشہ کا انعطاف نما ۱۶۵۲ ہو تو بلبہ کا صحیح محل دریافت کرو۔

(۶) ۲۰ سمر ماسکی طول والے ایک محدب عدسہ سے ۵ میٹر کے فاصلہ پر عدسہ کے لیول پر ایک گیس لیمپ رکھا ہے جس کے مینٹل کی بلندی ۸ سمر ہے۔ خیال کا محل دریافت کرو۔ اگر اس لیمپ کو اس کے اصلی محل سے ۵ سمر اوپر اٹھایا جائے تو خیال کے محل میں کیا تبدیلی واقع ہوگی ؟

(۷) ایک دیے ہوئے عدسہ سے شخص کے فاصلہ اور اس کے حقیقی خیال کی تکبیر کے مابین رشتہ ظاہر کرنے والے منحنی کی شکل کو تجربہ سے معلوم کرو۔

(۸) ایک لیمپ کا چار گنا مکتبر خیال اس لیمپ سے ۴ میٹر کے فاصلہ پر

رکھے ہوئے ایک پردہ پر حاصل کرنا مقصود ہے۔ اس کے لیے کس ماسکی طول کا عدسہ درکار ہوگا؟

(۹) ۱۲ سمر کے ماسکی طول والا ایک عدسہ جو انعطاف نما ۱۵۲ و الے شیشہ کا بنا ہوا ہے پانی میں ڈبو دیا گیا ہے۔ اس کا ماسکی طول کیا ہو جائیگا؟
(۱۰) ماسکی طول م کا ایک محدب عدسہ تکبیرت والا ایک حقیقی خیال پیدا کرتا ہے۔ ثابت کرو کہ عدسہ سے شخص کا فاصلہ $\frac{م(۱+ت)}{ت}$ ہونا چاہیے۔

(۱۱) ایک محدب عدسہ کی مدد سے ایک پردہ پر قامت و کا ایک خیال بنتا ہے۔ شخص اور پردے کے محلوں کو بدلے بغیر عدسہ کو پردے کی طرف حرکت دینے پر یہ دیکھا جاتا ہے کہ عدسہ کا ایک دوسرا محل بھی ایسا ہے جس کے مثال پردہ پر ایک واضح خیال حاصل ہوتا ہے۔ اگر اس صورت میں خیال کی قامت ب ہو تو ثابت کرو کہ شخص کی قامت م اواب ہے۔

(۱۲) ثابت کرو کہ کسی محدب عدسہ کی صورت میں دو حقیقی مزدوج نقطوں کا درمیانی فاصلہ اس کے ماسکی طول کے چار گنے سے کم نہیں ہو سکتا۔

(۱۳) ایک دوہرے محدب عدسہ کے نصف قطر انخنا ۳۰ اور ۲۰ سمر ہیں اور یہ ایسے شیشہ کا بنا ہوا ہے جس کا انعطاف نما ۱۵۲ و الے ہے۔ اس کا ماسکی طول محسوب کرو۔ اگر یہ عدسہ ان ہی انخنائی نصف قطروں والا ایک محدب ہلالی عدسہ ہوتا تو اس کا ماسکی طول کیا ہوتا؟

(۱۴) اگر ایک مستوی آئینہ کو جس پر نور کی شعاعوں کی ایک پنسل واقع ہے واقعی مستوی کے ایک علی القوایم محور کے گرد کسی زاویہ میں گھمایا جائے تو منعکس شعاع اس زاویہ کے دُگنے زاویہ میں منحرف ہو جاتی ہے۔

بنابریں ثابت کرو کہ جب ایک مستوی موج کسی کروی سطح پر منعکس ہوتی ہے تو منعکس موج کا انخنا اس کروی سطح کے انخنا کا دو گنا ہوتا ہے۔

(۱۵) اگر ہم اپنی آنکھ کے سامنے ایک عدسہ رکھ کر اس کو ایک جانب حرکت دیں تو ثابت کرو کہ عدسہ مقعر ہونے کی صورت میں اس میں سے

دکھائی دینے والے شخص عدسہ ہی کی سمت میں حرکت کرتے نظر آئینگے، لیکن اگر عدسہ محدب ہو تو یہ شخص عدسہ کی مخالف سمت میں حرکت کرتے نظر آئینگے۔

(۱۶) ۱۰ اور ۱۱ دو علی القوائیم خطوط مستقیم ہیں۔ ۱۰ میں ایک نقطہ ج اور ۱۱ میں ایک نقطہ د اس طرح لیے جاتے ہیں کہ وج = ود = م۔ نقاط د اور ج سے ۱۰ اور ۱۱ کے متوازی دو خطوط مستقیم کھینچے جاتے ہیں جو ایک دوسرے سے ع پر ملتے ہیں۔ نقطہ ع میں سے گزرنے والا ایک خط مستقیم کھینچا جاتا ہے جو ۱۰ اور ۱۱ کو نقاط ط اور ق پر قطع کرتا ہے۔ ثابت کرو کہ اگر و ط ماسکی طول م والے ایک محدب عدسہ کے لیے شخص کے فاصلہ کو تعبیر کرے تو وق خیال کے فاصلہ کو تعبیر کرتا ہے۔

ثابت کرو کہ اگر نقاط ج اور د کو بالترتیب ۱۰ اور ۱۱ محدودہ میں لیے جائیں تو یہی ہندی عمل مقعر عدسہ کی صورت پر بھی صادق آتا ہے۔

(۱۷) ایک پتلے عدسہ کا ماسکی طول، بہت دور کے ایک لمب کو شخص کے طور پر استعمال کر کے، عدسہ سے خیال کا فاصلہ ناپ لینے پر، ۲۵ سمر پا گیا ہے۔ یہ لمب کتنے فاصلے پر ہونا چاہیے کہ یہ نتیجہ ۳ فی صدی تک صحیح ہو؟

(۱۸) شعاعوں کا ایک نظام ایسا ہے کہ یہ سب کے سب ایک دی ہوئی سطح کو علی القوائیم قطع کرتی ہیں۔ ایک کروئی آئینہ پر ایک شعاع کو ایک ایسے نقطہ پر قطع کرتا ہے کہ علی القوائیم سطح سے اور ایک ثابت نقطہ سے اس نقطہ کے فاصلوں کا حاصل جمع یا فرق مستقل رہے۔ ثابت کرو کہ یہ آئینہ شعاعوں کے نظام کو ثابت نقطہ مذکور پر کے مسند کی طرف منعکس کر دیتا ہے۔

(۱۹) ایک محدب عدسہ اور ایک مقعر عدسہ ، جن میں سے ہر ایک کا
 ماسکی طول ۲۰ سمر ہے ، ہم محور طور پر ۶ سمر کے فصل پر رکھے ہوئے ہیں۔ اگر
 شخص (۱) محدب عدسہ کے آگے (ب) مقعر عدسہ کے آگے ، ۳۰ سمر کے
 فاصلہ پر واقع ہو تو خیال کا محل دریافت کرو۔



تیسرا باب

موٹے عدسے اور عدسوں کے نظام

(۴)

پتلے عدسوں کی صورت میں ان کے ماسکی طول کے علم سے ہم خیال کا فاصلہ محسوب کر سکتے ہیں جب کہ شخص کا فاصلہ معلوم ہو۔ اس بات کو کوئی اہمیت نہیں کہ ان فاصلوں کو عدسہ میں کے کس نقطہ سے ناپے جاتے ہیں۔ لیکن اگر عدسہ موٹا ہو یا کسی عکسالہ کا دہانہ ہو جو عموماً چار یا پچھہ جدا گانہ عدسوں پر مشتمل ہوتا ہے تو شخص اور خیال کے فاصلوں کی بہت ہی مختلف قیمتیں حاصل ہونگی بلحاظ اس کے کہ یہ فاصلے عدسے کے سامنے کی سطح سے ناپے جائیں یا اس کی پچھلی سطح سے۔ چنانچہ سوال یہ پیدا ہوتا ہے کہ آیا کوئی نقطہ ایسے ہیں جن سے یہ فاصلے ناپے جانے پر مطابق نتائج حاصل ہوتے ہیں یا یہ کہ ہمیں واحد سطحوں پر فرداً فرداً غور کرنا ہوگا۔

گائوس نے کوئی ستر سال پہلے ثابت کیا تھا کہ ہمیں ان واحد سطحوں پر علیحدہ علیحدہ غور کرنے کی ضرورت نہیں ہے بلکہ ہم ایک مرکب عدسہ پر مجموعی حیثیت سے غور کر سکتے ہیں اور اگر شخص اور خیال کے فاصلے دونوں طرف مستویوں سے جو اس عدسہ کے اعتبار سے ثابت ہوتے ہیں ناپے جائیں تو اس سے بھی پتلے عدسوں کا معمولی ضابطہ متعلق کیا جاسکتا ہے۔ جب عدسہ کی

دونوں جانب واسطہ ایک ہی ہو تو ان مستویوں کو معادل مستوی کہتے ہیں، جب یہ واسطہ مختلف ہو تو یہ صدر مستوی کہلاتے ہیں۔ شخص سے آنے والی شعاعیں ایک معادل مستوی تک تسبیع ہوتی ہیں اور پھر دوسرے معادل مستوی سے خیال تک مستقی ہوتی ہیں اور مزدوج شعاعیں ان معادل مستویوں کو محور سے ایک ہی فاصلے پر قطع کرتی ہیں۔

ایک ایسا پتلا عدسہ معلوم کرنا ہمیشہ ممکن ہے جو ایک دیے ہوئے شخص کا خیال اُسی مقام پر اور اُسی قامت کا پیدا کرے جو کہ ایک عدسی نظام کے پیدا کردہ خیال کا محل اور اس کی قامت ہوتی ہے۔ کیونکہ اس کے معنی صرف یہ ہیں کہ مساواتوں

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{m}, \quad t = \frac{x}{y}, \quad f = \text{ش} - \text{خ}$$

کو حل کیا جائے جبکہ ف اور ت دیے گئے ہوں۔ لیکن یہ تعادل صرف دیے ہوئے دو مزدوج نقطوں ہی پر صادق آئیگی۔ دیگر شخصوں کے وہ خیال جو مذکورہ بالا دونوں عدسوں سے حاصل ہوں نہ تو محل ہی میں منطبق ہونگے نہ قدریں۔ پس یہ ناممکن ہے کہ ایک واحد عدسہ ایسا معلوم کیا جائے جو کسی ایک مقام پر رکھا رہنے پر اُسی طرح عمل کرے جس طرح کہ عدسوں کا ایک نظام عمل کرتا ہے۔

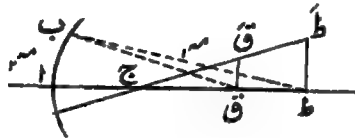
لیکن اگر ہم ایک خاص ماسکی طول کا ایک پتلا عدسہ لے کر اس کو پہلے معادل مستوی پر نور کی شعاعیں حاصل کرنے کے لیے رکھ دیں اور پھر اس کو فوراً دوسرے معادل مستوی پر پہنچا دیں تاکہ یہ اپنی حاصل کردہ شعاعوں کو بری کرے تو یہ عدسہ ٹھیک اُسی طرح عمل کریگا جس طرح کہ ایک مرکب عدسہ۔ یہ بلاشبہ اس مسئلہ کو سمجھانے کا ایک نہایت ہی عام فہم طریقہ ہے لیکن یہ ابتدائی تصورات کے پیش کرنے کے کام آئیگا۔

باب ہذا میں تمام مسائل کی بحث مزدوج مستویوں کی خاصیت پر اور ہلم هولٹز کے قلم تبکیر پر منحصر کی گئی ہے۔ اس طریقہ سے عام صورت میں

اساسی نقطوں کے محل محبوب نہیں کیے جاسکتے لیکن یہ طریقہ دیگر طریقوں سے بہت زیادہ آسان ہے اور اس کے ساتھ ساتھ یہ صحت کا بھی پورا پورا پابند ہے۔ ممکن ہے کہ اس نظریہ سے آج کل عدم واقفیت کی وجہ دیگر طریقوں کی تحلیلی نوعیت ہی ہو۔

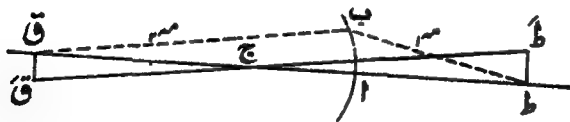
ہم ہولٹز کا کلیہ :- فرض کرو کہ ق ق خیال ہے ط ط کا

چونکہ انعطاف انگیز سطح کی وجہ سے بنتا ہے (اشکال ۱۱، ۱۲، ۱۳۔ مقابلہ کے لیے دیکھو اشکال ۱۲، ۱۳، ۱۴)۔ فرض کرو کہ ط ب نقطہ ط سے گزرنے والی کوئی شعاع ہے جو محور سے ایک چھوٹا سا زاویہ بناتی ہے اور فرض کرو کہ ب ق انعطاف کے بعد یا تو وہی شعاع ہے یا اس کی سمت



شکل ۱۳

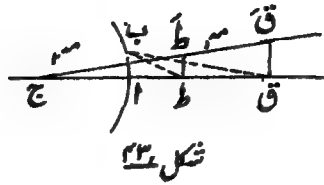
ہے جب کہ اس کو پیچھے کی طرف بڑھایا جائے۔ فرض کرو کہ $\mu = \mu_1 = \mu_2$ ،
 $\mu = \mu_1 = \mu_2$ اور $\mu_1 = \mu_2$ اور $\mu_1 = \mu_2$ وہ زاویے ہیں جو μ_1 اور μ_2 ب



شکل ۴۲

بالترتیب عدد سے کے محور کی مثبت سمت کے ساتھ بناتے ہیں۔ ہم مان لیتے کہ θ اور ϕ نقاط P اور Q کے محدّد ہیں۔ یہ محدّد مثبت ہونگے اگر نقاط

مذکورہ محور کے اوپر واقع ہوں اور منفی جبکہ یہ نقاط محور کے نیچے



واقع ہوں۔ بنا بریں :

$$(۹) \dots \frac{\text{ماہ مس عم}}{\text{ماہ مس عم}} = \frac{\text{ط ط} \cdot \frac{\text{اب}}{\text{اط}}}{\text{ق ق} \cdot \frac{\text{اب}}{\text{اق}}} = \frac{\text{ط ج} \cdot \frac{\text{اق}}{\text{اط}}}{\text{ق ج} \cdot \frac{\text{اب}}{\text{اق}}} = \frac{\text{ط ج} \cdot \text{اق}}{\text{ق ج} \cdot \text{اط}} = \frac{\text{ط ج} \cdot \text{اق}}{\text{ق ج} \cdot \text{اط}}$$

$$\text{لیکن} \quad \frac{\text{ماہ مس عم}}{\text{ماہ مس عم}} = \frac{\text{ط ج} \cdot \text{اق}}{\text{ق ج} \cdot \text{اط}}$$

$$(۳۵) \dots \text{یعنی} \quad \frac{\text{ماہ مس عم}}{\text{ماہ مس عم}} = \left(\frac{1}{\text{ص}} - \frac{1}{\text{ش}} \right) \cdot \text{ماہ مس عم} = \left(\frac{1}{\text{ص}} - \frac{1}{\text{ش}} \right) \cdot \text{ماہ مس عم}$$

پس مساوات (۹) میں اندراج سے ہمیں حاصل ہوگا :

$$\frac{\text{ماہ مس عم}}{\text{ماہ مس عم}} = \frac{\text{ماہ مس عم}}{\text{ماہ مس عم}}$$

$$(۱۰) \dots \text{یا} \quad \frac{\text{ماہ مس عم}}{\text{ماہ مس عم}} = \frac{\text{ماہ مس عم}}{\text{ماہ مس عم}}$$

یہ ضابطہ سب سے پہلے لیکریٹج نے پیش کیا تھا۔ مزدوج نقاط

ط اور ق کے لیے نسبت $\frac{\text{ط}}{\text{ق}}$ خطی تکبیر اور نسبت $\frac{\text{ماہ مس عم}}{\text{ماہ مس عم}}$ زاویائی تکبیر کہلاتی ہے۔

اسی طرح یہ ثابت کیا جاسکتا ہے کہ کسی کروئی آئینہ پر انعکاس کی

صورت میں

$$م م م م = م م م م$$

اب فرض کرو کہ دو واسطوں کے درمیان ایک کروئی انعطاف انگیز سطح کی بجائے ن واسطوں کے درمیان ن-۱ ہم محور انعطاف انگیز سطوح ہیں اور یہ کہ پہلے واسطہ کا انعطاف م م م، دوسرے واسطہ کا انعطاف م م م اور علیٰ ہذا ن ویں واسطہ کا انعطاف م م م ہے۔ فرض کرو کہ ایک چھوٹا سا شخص جس کے خطی ابعاد محور کے علی التوا م م ہیں پہلے واسطہ میں محور پر رکھا ہوا ہے اور فرض کرو کہ اس سے کھینچی ہوئی کوئی شعاع محور کے ساتھ زاویہ عم بناتی ہے۔ پہلی سطح پر منعطف ہونے کے بعد یہ شعاع محور کے ساتھ زاویہ عم بنائے گی اور خطی ابعاد م م والے ایک خیال سے متعہ ہوتی معلوم ہوگی۔ اسی طرح دوسری سطح پر منعطف ہونے کے بعد یہ شعاع محور کے ساتھ زاویہ عم بناتی ہے اور خطی ابعاد م م کے ایک خیال سے متعہ ہوتی معلوم ہوتی ہے۔ پس مساوات (۱۰) کے اطلاق سے ہمیں حاصل ہوگا :-

$$م م م م = م م م م$$

$$م م م م = م م م م$$

.....

$$م م م م = م م م م$$

یا درمیانی جلوں کو ترک کر دینے پر :

$$م م م م = م م م م$$

سطحوں کے کسی نظام کے لیے یہ مساوات سب سے پہلے ہلم ہولٹز نے پیش کی تھی۔

ماسکی مستوی :- فرض کرو کہ ہمارے ہاں ہم محور کردی انعطاف

سطوں کا کوئی نظام ہے جس کے محور پر کے ایک نقطہ ط پر ایک چھوٹا سا مستوی ٹکڑا رکھا ہوا ہے اور یہ کہ اس ٹکڑے کا آخری خیال نظام زیر غور کی وجہ سے نقطہ ق پر بنتا ہے۔ محور پر کے کسی نقطہ کو مبداء مان لو اور فرض کرو کہ اس مبداء کے اعتبار سے ط اور ق کے محدود بالترتیب لا اور لا ہیں۔ ہمیں درمیانی خیالوں پر غور کرنے کی ضرورت پیش نہ آئیگی اور اس لیے ہم لاحقہ عدد ۲ کو آخری خیال سے منسوب کر سکتے ہیں۔ بنا بریں :

$$۱ \text{ لا، } ۲ \text{ ب، } ۳ \text{ ج، } ۴ \text{ لا، } ۵ = ۰ \dots\dots\dots (۱۲)$$

جہاں ۱، ۲، ۳، ۴ اور ۵ مستقلات ہیں جو سطوں کے محلوں اور انخاؤں پر اور مختلف واسطوں کے انعطاف نماؤں پر منحصر ہوتے ہیں۔ یہ مساوات صرف اس امر کو ظاہر کرتی ہے کہ شخص کے ہر محل کے جواب میں آخری خیال کا ایک اور صرف ایک محل ہوتا ہے۔ یہی امر ہم واحد انعطافوں پر علیحدہ علیحدہ غور کر کے بھی ثابت کر سکتے ہیں، اور اس امر کو بیان کرنے کا یہی ایک عام ترین طریقہ ہے جیسا کہ مزید رقموں کے جمع کرنے کی کوشش پر واضح ہو جائیگا۔
(۳۶)

اب ایک واحد انعطاف کی صورت میں :

$$\frac{م_۱}{خ} - \frac{م_۱}{ش} = \frac{م_۲}{ش} - \frac{م_۲}{ص}$$

اس کو بلحاظ ش کے تفرقہ کرنے پر ہمیں حاصل ہوگا :

$$-\frac{م_۱}{خ} + \frac{فرخ}{فرش} = \frac{م_۲}{ش} - \frac{فرخ}{فرش}$$

$$\frac{فرخ}{فرش} = \frac{م_۲}{م_۱}$$

اسی طرح یہ ثابت کیا جاسکتا ہے کہ کسی کروی آئینہ پر انعکاس کی

صورتیں

$$م م م = م م م$$

اب فرض کرو کہ دو واسطوں کے درمیان ایک کروی انعطاف انگیز سطح کی بجائے ن واسطوں کے درمیان ن-۱ ہم محور انعطاف انگیز سطوح ہیں اور یہ کہ پہلے واسطہ کا انعطاف م م م، دوسرے واسطہ کا انعطاف م م م اور علی ہذا ن ویں واسطہ کا انعطاف م م م ہے۔ فرض کرو کہ ایک چھوٹا سا شخص جس کے خطی ابعاد محور کے علی التوا م م ہیں پہلے واسطہ میں محور پر رکھا ہوا ہے اور فرض کرو کہ اس سے کھینچی ہوئی کوئی شعاع محور کے ساتھ زاویہ عم بناتی ہے۔ پہلی سطح پر منعطف ہونے کے بعد یہ شعاع محور کے ساتھ زاویہ عم بنائے گی اور خطی ابعاد م م والے ایک خیال سے متع ہوتی معلوم ہوگی۔ اسی طرح دوسری سطح پر منعطف ہونے کے بعد یہ شعاع محور کے ساتھ زاویہ عم بناتی ہے اور خطی ابعاد م م کے ایک خیال سے متع ہوتی معلوم ہوتی ہے۔ پس مساوات (۱۰) کے اطلاق سے ہمیں حاصل ہوگا :-

$$م م م = م م م$$

$$م م م = م م م$$

.....

$$م م م = م م م$$

یا درمیانی جلوں کو ترک کر دینے پر :

$$م م م = م م م \text{ ----- (۱۱)}$$

سطحوں کے کسی نظام کے لیے یہ مساوات سب سے پہلے ہلم ہولٹز نے پیش کی تھی۔

ماسکی مستوی :- فرض کرو کہ ہمارے ہاں ہم محور کردی انعطاف

سطوں کا کوئی نظام ہے جس کے محور پر کے ایک نقطہ ط پر ایک چھوٹا سا مستوی ٹکڑا رکھا ہوا ہے اور یہ کہ اس ٹکڑے کا آخری خیال نظام زیر غور کی وجہ سے نقطہ ق پر بنتا ہے۔ محور پر کے کسی نقطہ کو مبداء مان لو اور فرض کرو کہ اس مبداء کے اعتبار سے ط اور ق کے محدود بالترتیب لا اور لا ہیں۔ ہمیں درمیانی خیالوں پر غور کرنے کی ضرورت پیش نہ آئیگی اور اس لیے ہم لاحقہ عدد ۲ کو آخری خیال سے منسوب کر سکتے ہیں۔ بنا بیروں :

$$۱ \text{ لا، } ۲ \text{ ب، } ۳ \text{ ج، } ۴ \text{ لا، } ۵ = ۰ \dots\dots\dots (۱۳)$$

جہاں ۱، ب، ج اور ۵ مستقلات ہیں جو سطوں کے محلوں اور انحنائوں پر اور مختلف واسطوں کے انعطاف نماؤں پر منحصر ہوتے ہیں۔ یہ مساوات صرف اس امر کو ظاہر کرتی ہے کہ شخص کے ہر محل کے جواب میں آخری خیال کا ایک اور صرف ایک محل ہوتا ہے۔ یہی امر ہم واحد انعطافوں پر علیحدہ علیحدہ غور کر کے بھی ثابت کر سکتے ہیں، اور اس امر کو بیان کرنے کا یہی ایک عام ترین طریقہ (۳۶) ہے جیسا کہ مزید رقموں کے جمع کرنے کی کوشش پر واضح ہو جائیگا۔
اب ایک واحد انعطاف کی صورت میں :

$$\frac{م^۱ - م^۲}{ص} = \frac{م^۱}{ش} - \frac{م^۲}{خ}$$

اس کو بلحاظ ش کے تفرقانے پر ہمیں حاصل ہوگا :

$$۰ = \frac{م^۱}{خ} - \frac{فرخ}{فرش} + \frac{م^۲}{ش}$$

$$\frac{فرخ}{فرش} = \frac{م^۲خ}{م^۱ش}$$

کہلاتا ہے اور وہ خطہ جس میں خیال کے تمام ممکنہ محل واقع ہوتے ہیں خطہ خیال کہلاتا ہے۔ شخص اور خیال کے یہ خطے بلاشبہ جزاً منطبق ہو سکتے ہیں۔

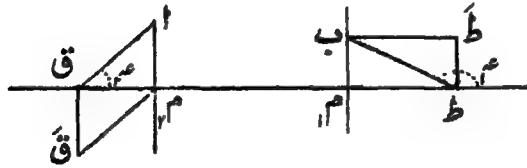
اگر شخص ط لاقتناہی پر ہو تو لا لاقتناہی ہوگا اور لا۔ گ۔ صفر کے مساوی ہونا چاہیے یعنی خیال مستوی لا۔ گ۔ پر واقع ہوتا ہے۔ یہ مستوی خطہ خیال کا ماسکی مستوی کہلاتا ہے۔ اسی طرح اگر خیال لاقتناہی پر ہو تو شخص مستوی لا۔ گ۔ پر واقع ہوتا ہے اور یہ خطہ شخص کا ماسکی مستوی کہلاتا ہے۔

صدر مستوی۔ عقدی نقطے۔ کسی نظام کے

ماسکی طول:۔ فرض کرو کہ شخص اور خیال کے فاصلے ماسکی مستویوں سے ش اور خ ہیں۔ چنانچہ:

$$\text{ش} = \text{لا۔ گ۔} \quad \text{خ} = \text{لا۔ گ۔}$$

(۳۷) فرض کرو کہ ط ط طول با والا ایک خطی شخص ہے، ق ق طول با والا خیال ہے، ط ق اس نظام کا محور ہے، ب م اور ا م وہ خطوط ہیں جن میں خطہ شخص اور خطہ خیال کے ماسکی مستوی شکل کے مستوی کو قطع کرتے ہیں۔



شکل ۳۷

ط م کے متوازی ط ب کہینچو۔ چونکہ ط ب خطہ شخص میں محور کے متوازی ہے اس لیے یہ نظام میں سے گزرنے کے بعد خطہ خیال کے ماسکی مستوی کو

م پر قطع کرنا چاہیے۔ اس کو ق میں سے بھی گزرنا چاہیے کیونکہ نقطہ ق خیال ہے نقطہ ط کا۔ بنا بریں م ق، خیال ہوگا شعاع ط ب کا اس کے نظام میں سے انعطاف کے بعد، یا بالفاظ دیگر شعاع م ق مزدوج ہوگا شعاع ط ب کا۔

ق ۱، ق م کے متوازی کھینچو۔ خطہ شخص میں ق ۱ کی مزدوج شعاع کو ق کے مزدوج نقطہ ط میں سے گزرنا چاہیے۔ تیرہ ب م کو اسی نقطہ پر قطع کرنا چاہیے جس نقطہ پر کہ ق م کی مزدوج شعاع یعنی ب ط قطع کرتی ہے۔ اس لیے یہ ب ط ہونا چاہیے۔

اب ہم اس مسئلہ سے ہلم ہولٹز کا کلمہ متعلق کر سکتے ہیں چنانچہ

$$م ط = ش، م ق = خ، م س = - = - = \frac{م ب}{م ط} = - = \frac{ما}{ش}$$

$$م س = - = \frac{م ب}{ق م} = \frac{ما}{خ} \text{ فرض کرو کہ جس واسطہ میں شخص واقع ہے}$$

اُس کا انعطاف نامہ اور جس واسطہ میں خیال واقع ہے اُس کا انعطاف نامہ ہے۔ بنا بریں :

$$- = \frac{م ب}{ش} = \frac{ما}{خ}$$

$$یا \quad - = \frac{ما}{ب} = - = \frac{م س}{ش} = \frac{م ج}{م ش} = \frac{م ج}{م خ} \dots (۱۳)$$

کیونکہ ش خ = - ج

اگر خطی تکبیر اکائی ہو تو ما = اور ضابطہ (۱۳) میں

اندراج سے :

$$(۱۳) \left\{ \begin{array}{l} \text{ش}^۱ = \frac{\text{م}^۱}{\text{ج}^۱} = \text{م}^۲ \\ \text{خ}^۲ = \frac{\text{م}^۲}{\text{ج}^۲} = \text{م}^۳ \end{array} \right.$$

ان مساواتوں سے $\text{م}^۲$ اور $\text{م}^۳$ کی تعریفیں اخذ کی جاسکتی ہیں۔ چنانچہ مساواتوں (۱۳) کے جذر لینے سے ہمیں حاصل ہوگا $\text{ش}^۱ = \pm \text{م}^۱$ اور $\text{خ}^۲ = \pm \text{م}^۲$ یعنی شخص کے دو محل اور خیال کے دو محل ہو گئے۔ اگر ہم مساوات (۱۳) میں $\text{م}^۱ = \text{م}^۲$ لکھے ہوتے تو بھی ہمیں یہی نتیجہ حاصل ہوتا۔ ظاہر ہے کہ مزدوج نقطوں کے ایک جوڑے سے تکبیر مثبت اکائی حاصل ہوتی ہے اور دوسرے جوڑے سے منفی اکائی۔ اس امر کا انحصار کہ تکبیر کس جوڑے سے مثبت اکائی حاصل ہوتی ہے اور کس جوڑے سے منفی، $\text{م}^۱$ اور $\text{م}^۲$ کی مطلق علامتوں پر ہوتا ہے اور یہ ایسی مقادیر ہیں جن کے صرف مربعوں کی تعریفیں اب تک کی جا چکی ہیں۔

(۳۸) جن نقطوں کے جوڑے سے تکبیر مثبت اکائی حاصل ہوتی ہے ان کو صدر نقاط کہتے ہیں۔ دوسرے جوڑے کے نقاط کو ضد صدر نقاط کہتے ہیں۔ وہ مستوی جو صدر نقاط میں سے گزرتے ہیں اور محور پر عمود وار ہوتے ہیں صدر مستوی کہلاتے ہیں۔ یہ مستوی ایسے ہوتے ہیں کہ اگر کوئی شعاع ان میں سے ایک کو محور سے ایک خاص فاصلہ پر قطع کرے تو اس شعاع کی مزدوج شعاع دوسرے مستوی کو محور سے اُسی فاصلہ پر قطع کرتی ہے۔ اب فرض کرو ہم $\text{م}^۱$ اور $\text{م}^۲$ کی مطلق قیمتیں اس طرح تعین کرتے ہیں کہ شخص اور خیال کے خطوط کے ماسکی مستوی بالترتیب ذیل کی مساواتوں سے حاصل ہوتی ہیں:

$$\text{ش} = - \text{م}^۱ \text{ اور } \text{خ} = - \text{م}^۲$$

بنا بریں چونکہ

$$\text{ش}^۱ = - \text{ج}^۱ \text{ اس لیے } \text{م}^۱ = - \text{ج}^۱$$

اور مساوات (۱۴) میں جدہ ۲ کی یہ قیمت درج کرنے پر ہمیں حاصل ہوگا

فرض کرو کہ $م = ع$ - بنا بریں $م = ع$ - $م = ع$ اور $م = ع$ کے کلیہ کی رو سے $م = م$ - $م = م$ - پس ہم مساوات (۱۴) کو ذیل کی شکل میں لکھ سکتے ہیں :

$$\frac{م}{م} = \frac{م}{م} = \frac{م}{م}$$

یا جذر لینے پر :

$$(۱۵) \dots\dots\dots \frac{م}{م} = \frac{م}{م} = \frac{م}{م}$$

اور اب علامت کے متعلق کوئی اشتباہ باقی نہ رہیگا۔ شمار کنندوں کو $م$ سے اور نسب نماؤں کو $م$ سے ضرب دینے پر ہمیں حاصل ہوگا :

$$\frac{م}{م} = \frac{م}{م} = \frac{م}{م}$$

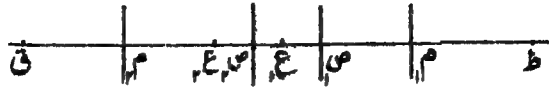
$$\frac{م}{م} = \frac{م}{م} = \frac{م}{م}$$

کیونکہ $م = م$ - $م = م$ - پس اگر $م = ع$ تو

$$م = م \text{ اور } م = م$$

ان مساواتوں سے جن نقطوں کا تعین ہوتا ہے وہ عقدی نقاط کہلاتے ہیں۔ یہ محور پر کے دو ایسے نقطے ہیں کہ اگر شعاع واقع ایک نقطہ میں سے گزرے تو شعاع خارج دوسرے نقطہ میں سے گزرتی ہے اور نیز شعاع واقع کے متوازی ہوتی ہے۔

شکل ۵۴ میں فرض کرو کہ نقطہ ط کا خیال ق ہے، م اور ص



شکل ۵۴

خطہ شخص کے ماسکی اور صدر مستوی ہیں اور م اور ص خطہ خیال کے ماسکی اور صدر مستوی ہیں۔ تب م ط = م ش اور م ق = م خ۔ فرض کرو کہ خطہ شخص کا عقدی نقطہ ع ہے اور خطہ خیال کا عقدی نقطہ ع ہے۔ بموجب تعریف ص م = م، ص م = م، م ع = م، م ع = م اور م ع = م۔

فرض کرو کہ ط اور ق کے محدود اپنے اپنے صدر مستویوں کے حوالہ سے ش اور خ ہیں۔ تب

$$(۳۹) \quad ش = ص ط = م + ش$$

$$اور \quad خ = ص ق = م + خ$$

ان مساواتوں سے ش اور خ کی قیمتیں مساوات ش خ = - - جہ میں درج کرنے اور یہ ذہن نشین رکھنے پر کہ - - جہ = م م ہیں حاصل ہوگا

$$(ش - م) (خ - م) = م م$$

اس کو مختصر کرنے پر:

$$(۱۶) \quad ۱ = \frac{م}{ش} + \frac{م}{خ}$$

م اور م بالترتیب شخص اور خیال کے خطہ کے ماسکی طول کہلاتے ہیں۔

اگر ابتدائی اور آخری واسطے ایک ہی ہوں تو $m = m$ اور
 $m = m$ ۔ اس صورت میں $m = m$ ۔ م لکھنے پر مساوات (۱۶)
 ہو جائیگی :

$$\frac{1}{m} = \frac{1}{n} - \frac{1}{x}$$

بالکل وہی مساوات ہے جو پتلے عدسوں کے لیے اساسی مساوات ہے۔
 جب $m = m$ ۔ $m = m$ تو عقدی نقطے صدر مستویوں میں واقع ہوتے
 ہیں، تب یہ صدر مستوی نظام کے معادل مستوی کہلاتے ہیں اور m کو
 اس نظام کے معادل ماسکی طویل کے نام سے موسوم کیا جاتا ہے۔
 متکبیر کے لیے جملہ : مساوات (۱۵) کی رو سے :

$$\frac{x}{m} = \frac{1}{m} - \frac{1}{n}$$

اس میں x کی بجائے m درج کرنے پر ہمیں مائل ہوگا :

$$\frac{m}{m} = \frac{(x - m)}{m} \dots \dots \dots (۱۷)$$

$$\text{لیکن مساوات (۱۶) سے : } \frac{x - m}{m} = \frac{x}{m} - \frac{m}{m}$$

$$\text{مساوات (۱۷) میں اندراج سے : } \frac{m}{m} = \frac{x}{m} - \frac{m}{m}$$

چونکہ $m = m$ ۔ $m = m$ ، اس لیے :

$$\frac{m}{m} = \frac{x}{m}$$

اگر ابتدائی اور آخری واسطے ایک ہی ہوں تو یہ ہو جائیگی

$\frac{۲}{۱} = \frac{۲}{۱}$ یعنی تکبیر مساوی ہوتی ہے اپنے اپنے صدر مستویوں سے خیال اور شخص کے فاصلوں کی نسبت کے۔

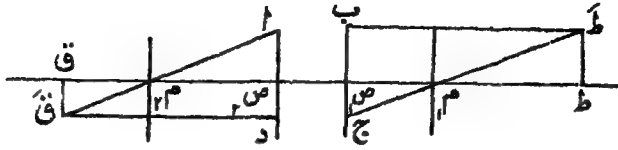
خیال ترسیمی عمل سے : مذکورہ بالا نظریہ سب سے پہلے

گاہوں نے پیش کیا تھا لیکن اس کا طریقہ وہی نہیں تھا جو اوپر اختیار کیا گیا ہے۔ عقدی نقاط کا تعارف سب سے پہلے لسننگ نے کیا۔ اسکی نقاط، صدر نقاط اور عقدی نقاط کو کسی عدسہ یا عدسوں کے نظام کے لیے گاہوں کے نقاط یا اساسی نقاط کہتے ہیں۔ اگر صحت بیان کا پورا پورا لحاظ رکھا جائے تو ان نقطوں کے خواص صرف اُسی صورت میں صادق آتے ہیں جبکہ شخص چھوٹے اور عدسوی نظام کے محور پر واقع ہوں اور جبکہ خیال ان شعاعوں سے بنیں جو ایک خور سے چھوٹے چھوٹے زاویوں پر مائل ہوں۔ لیکن پھر بھی ان نقاط کو خاص اہمیت حاصل ہے کیونکہ ان سے بیشتر (۴۰) مناظری آلات کے انٹراسپاٹیل تقریب حاصل ہو جاتا ہے۔

ہم محور کردہ، انعطاف انگیز سطحوں کا ایک نظام خواہ کتنے ہی عدسوں پر کیوں نہ ہو۔ مثلاً اگر مختلف انعطاف نناؤں والے خواہ کتنے ہی واسطوں میں سے کیوں نہ گزرنا پڑے۔ اگر شخص کا محل دیا جائے اور اس نظام کے اساسی نقطے معلوم ہوں تو خیال کا محل اور اس کی تکبیر فوراً اخذ کیا جاسکتی ہے۔ انعطاف انگیز سطحوں کے محلوں اور انحنائوں کے متعلق یا ان درمیانی واسطوں کی نوعیت کے متعلق جن میں سے شعاعوں کو گزرنا پڑتا ہے، کسی بات کے جاننے کی ضرورت مطلق نہیں ہے۔ صرف اساسی نقطوں کا علم بہت کافی ہے۔

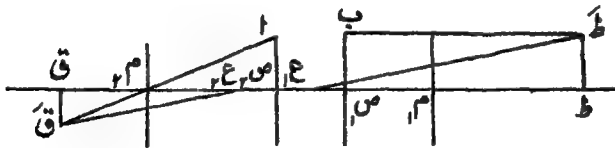
مثلاً شکل ۴۶ میں فرض کرو کہ ط ایک شخص ہے، م، م اور ص، ص اسکی مستوی اور صدر مستوی ہیں، اور فرض کرو کہ خیال کا محل اور اس کی قامت مطلوب ہے۔

ط میں سے محور کے متوازی ایک شعاع کھینچو جو صدر مستوی کہ ب پر



شکل ۲۳

ے۔ تب چونکہ ط ب محور کے متوازی ہے اس لیے اس کی مزدوج شعاع م میں سے گزرنا چاہیے اور خطہ خیال کے صدر مستوی کو نقطہ ۱ پر جا ملنا چاہیے جہاں ۱ محور سے اتنے ہی فاصلہ پر ہے جتنا کہ ب۔ پس اس نقطہ کی پوری تعین ہو جاتی ہے۔ ط م کو ملا کر اتنا بڑھاؤ کہ یہ صدر مستوی سے ج پر جاوے۔ دوسرے صدر مستوی پر ایک نقطہ د اس طرح لو کہ اس کا فاصلہ محور سے وہی ہو جو ج کا ہے اور اس میں سے محور کے متوازی شعاع ق د کھینچو۔ یہ شعاع ج ط کی مزدوج شعاع ہوگی کیونکہ ج ط خطہ شخص میں ماسکے میں سے گزرتی ہے اور اس لیے خطہ خیال میں اس کی مزدوج شعاع محور کے متوازی ہونی چاہیے۔ پس اس طرح ق کی پوری تعین ہو جاتی ہے۔

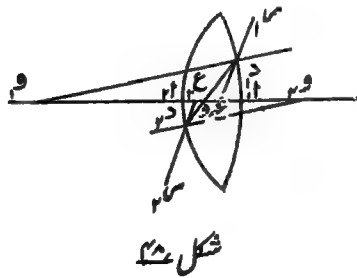


شکل ۲۴

شکل ۲۴ میں اس کا ایک اور طریقہ دکھلایا گیا ہے۔ ط ب کی مزدوج شعاع ۱ ق کو سابقہ طریقہ ہی سے معلوم کر لی جاتی ہے۔ پھر ط کو

خطہ شخص کے عقدی نقطہ ع سے ملاتا ہوا ایک خط مستقیم کھینچا جاتا ہے اور خطہ خیال کے عقدی نقطہ ع سے ع ق متوازی کھینچا جاتا ہے ط ع کے یہ خط ۱ م کو جس نقطہ پر قطع کرتا ہے وہ یعنی ق خیال ہوگا ط کا۔
اسی نقطوں کے محل یا تو تجربہ سے حاصل کیے جاسکتے ہیں یا حسابی عمل سے۔ ان کو کسی خاص ترتیب میں واقع ہونے کی ضرورت نہیں۔
مسائل ذیل میں ہم صرف ایسے نظاموں کو اپنے پیش نظر رکھیں گے جن میں ابتدائی اور آخری واسطہ ہوا ہو اور بنا بریں ہمیں کسی (۴۱)
نظام کے صدر مستویوں اور عقدی نقاط کی بجائے عام طور پر اس کے معادل مستویوں کا ذکر کرنا ہوگا۔

موٹا عدسہ : فرض کرو کہ ۱ م ۱ م ۱ م ایک شعاع ہے جو ایک موٹے عدسے میں سے بغیر انحراف کے گزر جاتی ہے۔ فرض کرو کہ اس عدسہ کا مناظری مرکز (صفحہ ۷۹) و ہے اور اس عدسہ کی دونوں سطحوں کے انحنائی مرکز ۱ م اور ۱ م ہیں۔ ۱ م کو اتنا بڑھاؤ کہ یہ محور سے ع پر جا لے اور ۱ م کو اتنا بڑھاؤ کہ یہ محور سے ع پر جا لے۔



شکل ۷۷

ثلث ۱ م ۱ م میں جب ۱ م ۱ م ع : جب ۱ م ۱ م ع : ۱ م ع : ۱ م ع :
ثلث ۱ م ۱ م میں جب ۱ م ۱ م ع : جب ۱ م ۱ م ع : ۱ م ع : ۱ م ع :

پس جب د و و کو سا قط کر دینے پر ہمیں حاصل ہوگا:

$$\frac{\text{جب و د ع}}{\text{جب و د و}} = \frac{\text{د و و ع}}{\text{د ع و و}}$$

لیکن د و د ع مساوی ہے۔ پر کے زاویہ وقوع کے اور د و د و مساوی ہے د پر کے زاویہ انعطاف کے۔ پس:

$$\frac{\text{جب و د ع}}{\text{جب و د و}} = م$$

جہاں م عدسہ کے شیشہ کا انعطاف نما ہے۔

فرض کرو کہ نقطہ د عدسہ کی سطح پر حرکت کرتے کرتے ا پر پہنچ جاتا ہے۔ اس دوران میں نقطہ ع محور پر حرکت کرتا جاتا ہے۔ جب د، ا پر پہنچ جائے تو ع کا انتہائی محل خطہ شخص کا عقدی نقطہ ہوتا ہے۔ اب ہم جانتے ہیں کہ

$$\frac{\text{د و و ع}}{\text{د ع و و}} = م$$

انتہا میں چل کر یہ ہو جائیگا:

$$\frac{\text{ا و و ع}}{\text{ا ع و و}} = م$$

اگر عدسہ کی موٹائی کے مقابلہ میں نصف قطر انحناء بہت ہی بڑا ہو تو و ع کو و کے مساوی لکھا جاسکتا ہے۔ تب

$$\frac{\text{ا و}}{\text{ا ع}} = م$$

اسی طرح یہ ثابت کیا جاسکتا ہے کہ:

$$m = \frac{r_1}{r_2}$$

پس انعطاف نما ۵۲ والے ایک متشاکل دو ہرے محدب عدسہ کی صورت میں اس کے عقدی نقطے اور اس لیے اس کے معادل مستوی اس عدسہ کے اندر ہر ایک سطح سے تقریباً ایک تہائی دبازت پر واقع ہوتے ہیں۔ ایک متشاکل دو ہرے مقعر عدسہ کی صورت میں بھی یہی نتیجہ صادق آتا ہے۔

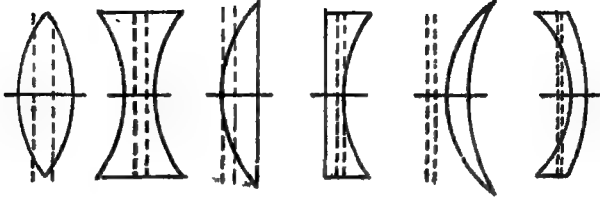
انعطاف نما مہ والے کسی مستوی محدب یا مستوی مقعر عدسہ کی صورت میں ایک عقدی نقطہ صریحاً اُس نقطہ پر واقع ہوتا ہے جہاں کہ محور منحنی سطح سے ملتا ہے اور اس عدسہ کے مناظری مرکز پر منطبق رہتا ہے۔ اگر اس عدسہ کی دبازت ۲ ہو تو دوسرا عقدی نقطہ عدسہ کے اندر اور پہلے عقدی نقطہ سے فاصلہ $\frac{2}{m-1}$ پر واقع رہتا ہے۔ یہ عقدی نقطے

بلاشبہ ایک دوسرے کے خیالی ہوتے ہیں اور اس صورت میں عدسہ شیشہ کی مستوی متوازی زون والی محض ایک سٹی کی طرح عمل کرتا ہے جس کے رخ کے قریب کو پڑنے والی شعیں رکھا ہوا ہو۔

کسی ہلالی عدسہ یا غیر متشاکل دو ہرے محدب یا دو ہرے مقعر عدسہ کی صورت میں اس کے مناظری مرکز کا محل تریسیمی طریقہ سے آسانی معلوم کر لیا جاسکتا ہے اور اسی طریقہ سے ثابت کیا جاسکتا ہے کہ معادل مستوی مناظری مرکز اور عدسہ کی سطحوں کے درمیانی فاصلوں کو مہ - ۱ اور ۱ کی نسبت میں تقسیم کرتے ہیں اور صریحاً مناظری مرکز سے قریب تر ہوتے ہیں۔

بعض صنفی صورتوں میں معادل مستویوں کے محل شکل ۴۹ میں دکھائے گئے ہیں۔

کسی دبیز عدسہ کا معادل ماسکی طول معلوم کرنے کے لیے ہم صفحہ ۴۷ کے



شکل ۴۹

مساواتوں (۵) اور (۶) سے شروع کرتے ہیں جو حسب ذیل ہیں :

$$\frac{1}{f} - \frac{1}{u} = \frac{1}{v}$$

$$\frac{1}{f} - \frac{1}{u} = \frac{1}{v}$$

جہاں f شخص کا فاصلہ ہے پہلی سطح سے ، u پہلے خیال کا فاصلہ ہے پہلی سطح سے اور v آخری خیال کا فاصلہ ہے دوسری سطح سے۔ سابق میں f کے مقابلہ میں u کو نظر انداز کر دیا گیا تھا لیکن صورت زیر بحث میں ایسا نہیں کیا جاسکتا۔

اوپر کی مساواتوں کو ذیل کی شکل میں لکھا جاسکتا ہے

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{u} + \frac{1}{v}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{u} + \frac{1}{v}$$

پس ف کو سا قط کر دینے پر ہمیں حاصل ہوگا :-

$$\frac{\frac{م}{1} + \frac{1-م}{ص}}{\frac{1}{ش} + \frac{1-م}{ص}} = \frac{\frac{م}{1-م} - \frac{1}{ص}}{\frac{1}{خ} - \frac{1}{ص}} \quad (۴۳)$$

جس سے :

$$\left\{ \frac{(1-م)}{ص} + 1 \right\} \left\{ \frac{(م-1)}{ص} - 1 \right\} \frac{د}{م} = \left\{ \frac{(1-م)}{ص} + 1 \right\} \left\{ \frac{(م-1)}{ص} - 1 \right\} \frac{خ}{م}$$

$$\left\{ \frac{(1-م)}{ص} + 1 \right\} \frac{د}{م} = \left\{ \frac{(1-م)}{ص} + 1 \right\} \frac{خ}{م}$$

یا
ش خ $\left\{ \frac{(1-م)}{ص} + \frac{(1-م)}{ص} - \frac{(1-م)}{ص} \right\} \frac{د}{م}$
+ $\left\{ 1 - \frac{(1-م)}{ص} \right\} \frac{د}{م} = \left\{ 1 + \frac{(1-م)}{ص} \right\} \frac{د}{م} + \left\{ 1 - \frac{(1-م)}{ص} \right\} \frac{خ}{م}$
سہولت کے بد نظر ان سروں کو 'ا'، 'ب'، 'ج'، 'د' سے تعبیر کرو۔ چنانچہ
مساوات بالا ذیل کی شکل میں لکھی جاسکیگی :

$$ا ش خ + ب ش + ج خ + د = (۱۸)$$

اب یہ بات ثابت کیا جاسکتا ہے کہ ب ج - ا د = ۱؛ بنا برین
مساوات (۱۸) کی شکل ہو جائیگی :-

$$ش خ + \frac{ب}{ا} ش + \frac{ج}{ا} خ + \frac{ب ج}{ا} = \frac{ب ج - ا د}{ا}$$

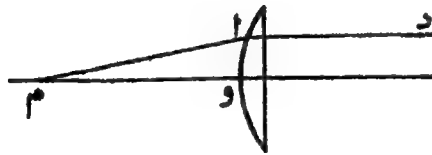
یا
(ش + $\frac{ج}{ا}$) ($\frac{ب}{ا} + خ$) = $\frac{۱}{ا}$ (۱۹)

اس کا مقابلہ مساوات (۱۲) کے ساتھ کرنے سے ظاہر ہوگا کہ مساواتوں
 $ش + \frac{ج}{۱} = ۰$ اور $خ + \frac{ب}{۱} = ۰$ سے عدسہ کے ماسکی مستوی حاصل ہونگے
 اور اس کا معادل ماسکی طول م رشتہ ذیل سے حاصل ہوگا:

$$\frac{۱}{م} = ۱ - (۱ - م) \left(\frac{۱}{ص} - \frac{۱}{ص} - \frac{۱}{ص} \right) \frac{د(۱-م)}{م}$$

اس کی علامت کے متعلق کوئی اشتباہ نہیں ہے کیونکہ جب $د = ۰$ تو م کی
 قیمت وہی ہونی چاہیے جو ایک پتلے عدسہ کی صورت میں ہوتی ہے۔
 یہ امر قابل غور ہے کہ مساوات (۱۹) میں ش اور خ ایک ہی نقطہ سے
 نہیں ناپے جاتے۔

کسی موٹے مستوی محدب یا مستوی مقعر عدسہ کا معادل ماسکی طول
 ضابطہ بالا سے مدیے بغیر ہی آسانی معلوم کر لیا جاسکتا ہے۔ چنانچہ شکل ۵
 پر غور کرو۔ فرض کرو کہ د ۱ محور کے متوازی ایک واقع شعاع ہے۔ یہ



شکل ۵

مستوی سطح میں سے بغیر کسی انحراف کے گزر جاتی ہے۔ اس لیے عدسہ کی
 دوسری سطح پر ضابطہ

$$\frac{ص}{خ} - \frac{ص}{ش} = \frac{ص}{م} - \frac{ص}{م}$$

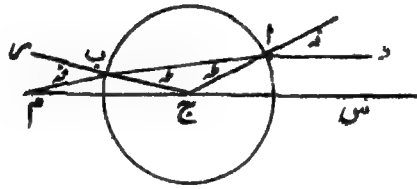
کے اطلاق کے لیے ہمیں لکھنا ہوگا $\infty = \text{مہم}$ ، $\infty = \text{مہم}$ ، $1 = \text{مہم}$ اور $\text{مہم} = \text{مہم}$ ۔ اس سے حاصل ہوگا

(۴۴)

$$\frac{\text{ص}}{1 - \text{مہم}} = \text{خ}$$

پس $\text{ج م} = \frac{\text{مہم}}{1 - \text{مہم}}$ اور چونکہ ج خط خیال کا عقدی نقطہ ہے اس لیے ج م عدسہ کا ماسکی طول ہوتا ہے۔

کروی عدسہ :- ہوا سے گھرے ہوئے کسی کروی عدسہ کی صورت میں ظاہر ہے کہ اس کے دونوں عقدی نقطہ کرہ کے مرکز پر منطبق ہو جاتے ہیں اور اس لیے اس کے دونوں صدرستوی وہاں کے قطری مستوی کے ساتھ منطبق ہو جاتے ہیں۔



شکل ۵۵

اس کا معلوم ماسکی طول معلوم کرنے کے لیے ایک شعاع د ا پر غور کرو جو عدسہ میں نقطہ ا پر داخل ہوتی ہے، نقطہ ب پر اس سے خارج ہو جاتی ہے اور محور کو نقطہ م پر قطع کرتی ہے۔ فرض کرو کہ ا پر زاویہ وقوع فہ ہے زاویہ انعطاف طہ اور یہ کہ اس کرہ کا نصف قطر ص اور اس کرہ کے مادہ کا انعطاف نامہ ہے۔ تب د ا ب ج = طہ

اور $\Delta ب م = ف$ - نیز چونکہ $\Delta ج$ محور سے ایک چھوٹے زاویہ پر مائل ہے اس لیے زاویے $ف$ اور Δ چھوٹے ہوتے ہیں اور بنا بریں ہم جب $ف$ = $م$ جب Δ کی بجائے $ف = م$ - Δ لکھ سکتے ہیں - اب $\Delta ج م = ف$ ؛ اس لیے $\Delta ج م = \pi - \Delta ج ۱ - ف = \pi - (\pi - ۲\Delta) - ف = ۲\Delta - ف$ اور بنا بریں $\Delta ب م ج = ۲(ف - \Delta)$ مثلث $م ب ج$ میں :

$$\frac{م ج}{ب ج} = \frac{ج ب م}{ج ب م ج} = \frac{ج ب ف}{ج ب ۲(ف - \Delta)} = \frac{ف}{۲(ف - \Delta)}$$

کیونکہ زاویے چھوٹے ہیں - پس مساویں ماسکی طول $م ج$

$$= ب ج \cdot \frac{ف}{۲(ف - \Delta)} = \frac{م م}{۲(۱ - م)}$$

ایک کروی انعطاف انگیز سطح کے اساسی نقطے:

فرض کرو کہ کروی سطح کی بائیں جانب کے واسطہ کا انعطاف $نما م$ اور اس سطح کی داہنی جانب کے واسطہ کا انعطاف $نما ۱$ ہے - چنانچہ ظاہر ہے کہ اس کے دونوں عقدی نقطے اس سطح کے مرکز انحناء پر منطبق ہونگے چونکہ اس صورت میں ابتدائی اور آخری واسطے ایک ہی نہیں ہیں اس لیے صدر مستوی ان عقدی نقطوں میں سے نہیں گزرتے -

ضابطہ

$$\frac{م م}{م} = \frac{۱}{ش} - \frac{م}{ج}$$

میں $ش$ اور $ج$ کو یکے بعد دیگرے لامتنا ہی کے مساوی لکھنے پر معلوم ہوگا کہ خیال اور شخص کے خطوط کے ماسکی مستوی $م$ اور ۱ پر واقع ہوتے ہیں جہاں $۱ م = \frac{م م}{(۱ - م)}$ اور $۱ م = - \frac{م م}{(۱ - م)}$ - صدر مستویاں

فہم ہے۔ فرض کرو کہ ل ب (شکل ۵۳) ایک شعاع ہے جو پہلے عدسہ پر محور کے متوازی واقع ہو رہی ہے۔ چنانچہ انعطاف سے کے بعد یہ پہلے عدسہ کے ماسکہ م میں سے گزریگی۔

اب نقطہ ب کا وہ خیال معلوم کرو جو دوسرے عدسہ کی وجہ سے بنتا ہے۔ اس کے لیے نقطہ ب سے حسب معمول دو شعاعیں کھینچو: ایک محور کے متوازی جو انعطاف کے بعد دوسرے عدسہ کے ماسکہ م میں سے گزرتی ہے، اور دوسری ب ا م جو دوسرے عدسہ کے مرکز میں سے گزرتی ہے۔ یہ دونوں شعاعیں نقطہ م پر ملتی ہیں، اس لیے ب کا خیال دوسرے عدسہ کی وجہ سے م ہوگا۔ بنا بریں ب م کی سمت دوسرے عدسہ کی وجہ سے منعطف ہونے کے بعد م م ہوگی اور نقطہ م جہاں شعاع م م محور کو قطع کرتی ہے خطہ خیال کا ماسکہ ہوگا۔

فرض کرو کہ شعاع م س، ب ج کو د پر قطع کرتی ہے۔ اس نقطہ د سے محور پر عمود د ص گراؤ۔ مستوی د ص خطہ خیال کا معادل مستوی ہوگا کیونکہ خط د ص محور سے صریحاً اُس فاصلہ کو تعبیر کرتا ہے جس پر شعاع ل ب خطہ شخص کے معادل مستوی سے آتی ہے۔ بنا بریں اس نظام کا معادل ماسکی طویل ص م ہوگا۔

چونکہ خطوط ج ا، د م اور ب م ایک ہی نقطہ پر ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں اور ج ب اور م ا باہم متوازی ہیں، اس لیے:

$$(۲۰) \quad \frac{ج د}{م ا} = \frac{ج ب}{م ا} = \frac{ف}{ف - ف_2} \quad (۲۰)$$

اسی طرح چونکہ ج م، د م اور ب ا ایک ہی نقطہ پر ملتے ہیں۔ اس لیے:

$$(۲۱) \quad \frac{د ب}{م ا} = \frac{ج ب}{م ا} = \frac{ف}{ف - ف_2}$$

پس (۲۰) اور (۲۱) کو جمع کرنے سے ہمیں حاصل ہوگا

$$\frac{\text{ج د}}{\text{م ا}} + \frac{\text{د ب}}{\text{م ا}} = \frac{\text{ف}}{\text{فم}} + \frac{\text{ف}}{\text{فم}} = \frac{\text{ج ب}}{\text{م ا}}$$

جس سے ہمیں حاصل ہوگا :

$$\frac{\text{ف (ف + ف)}}{\text{فم + فم + ف}} = \text{م ا}$$

پس اس نظام کا معادل ماسکی طول جملہ ذیل سے حاصل ہوگا :

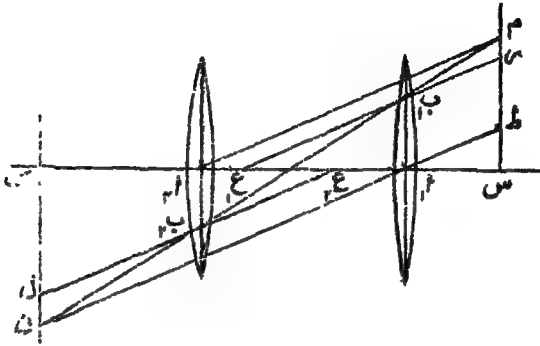
$$\text{ص م} = \text{ص ا} + \text{ا م} = \text{د ج} + \text{ا م} = \text{م ا} + \left(\frac{\text{د ج}}{\text{م ا}} + ۱ \right)$$

$$= \frac{\text{ف (ف + ف)}}{\text{فم + فم + ف}} + \left(\frac{\text{ف}}{\text{فم}} + ۱ \right) \text{ مساوات (۲۰) سے}$$

$$= \frac{\text{ف فم}}{\text{فم + فم + ف}}$$

عقیدے نقطے بطریق ذیل راست تر پیرایہ میں حاصل کیے جاسکتے ہیں۔
فرض کرو کہ گ ن ، عدسہ ا ب کا ایک ماسکی مستوی ہے اور م س
عدسہ ا ب کا ایک ماسکی مستوی۔ ان عدسوں کے مرکزوں میں سے کوئی
دو متوازی شعاعیں ا ن اور ا م کھینچو جو ان مستویوں سے نقاط ن
اور م پر جا ملتی ہیں۔ ن م کو ملاؤ اور فرض کرو کہ یہ ان عدسوں کو
نقاط ب اور ب پر قطع کرتا ہے۔ نقاط ب اور ب میں سے
ب ع اور ب ع پہلی دو شعاعوں کے متوازی کھینچو جو محور سے
نقاط ع اور ع پر جا ملیں۔ چنانچہ شعاع ب ع پہلے عدسہ کی
وجہ سے منعطف ہونے کے بعد سمت ب ب اختیار کرنی چاہیے کیونکہ

یہ سمت شعاع ط ا کون پر قطع کرتی ہے۔ اسی طرح شعاع بی بی کر



شکل ۵۵

دوسرے عدسہ کی وجہ سے منعطف ہونے کے بعد سمت بی بی اختیار کرنا چاہیے۔ اس لیے اس عدسوی نظام میں سے ایک شعاع کا راستہ بی بی بی بی ہوتا ہے، خطہ شخص کا عقدی نقطہ ع ہے اور خطہ خیال کا عقدی نقطہ ع ہے۔

اب

(۴۶)

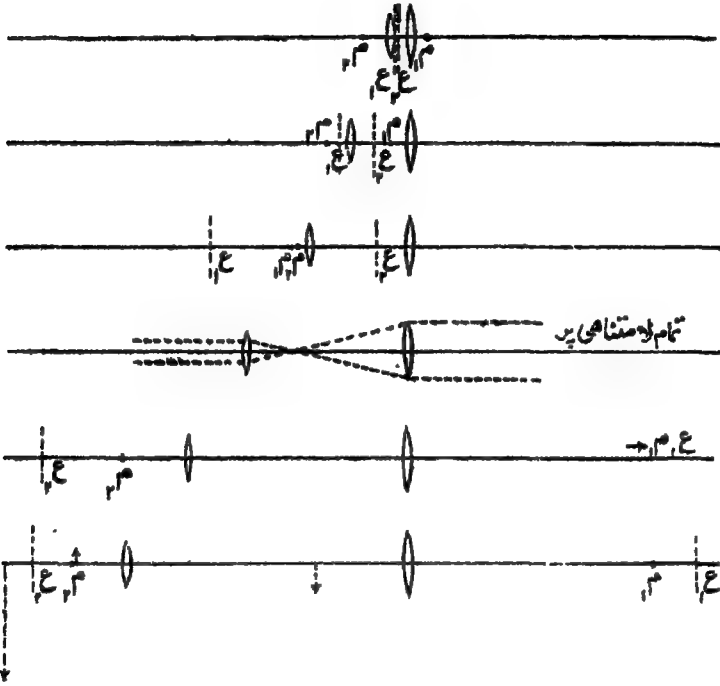
$$\frac{f_1}{u_1} = \frac{f_2}{u_2} = \frac{f_3}{u_3} = \frac{f_4}{u_4} = \frac{f_5}{u_5}$$

$$\frac{f_1}{u_1} = \frac{f_2}{u_2} = \frac{f_3}{u_3} = \frac{f_4}{u_4} = \frac{f_5}{u_5}$$

$$\frac{f_1}{u_1} = \frac{f_2}{u_2} = \frac{f_3}{u_3} = \frac{f_4}{u_4} = \frac{f_5}{u_5}$$

دو پتلے محدب عدسوں کے ایک نظام کی صورت میں جیسے جیسے ان کا درمیانی فاصلہ بتدریج بڑھایا جائے، ویسے ویسے اس نظام کے معادل مستویوں اور ماسکی مستویوں کے محل کا تغیر شکل ۵۵ میں

دکھلایا گیا ہے۔ اس میں فہر اور فہر کو بالترتیب ۳ اور ۱ مان لیا گیا ہے اور ف کو یکے بعد دیگرے قیمتیں ۵، ۱۵، ۲۵، ۳۵، ۴۵، ۵۵ اور ۷۵



شکل ۵۵

دیگئی ہیں۔ جس عدسہ کے ماسکی طول کو فہر سے تعبیر کیا گیا ہے وہ بائیں جانب واقع ہے۔

یہ امر قابل غور ہے کہ پہلے محل میں معادل مستوی ایک دوسرے کو عبور کیے ہوئے ہیں اور یہ کہ جیسے جیسے عدسوں کا درمیانی فاصلہ بڑھتا جاتا ہے ویسے ویسے اس نظام کے معادل مستوی دور ہوتے جاتے ہیں اور اس کے ساتھ ساتھ معادل ماسکی طول میں اضافہ ہوتا جاتا ہے۔ دوسری اور تیسری شکلوں میں خطہ شخص کا ماسکہ مجازی ہے۔

چوتھی صورت میں، جو ایک ایسی ڈورین کو تعبیر کرتی ہے جس کا

(۴۸) دہانہ داہنی جانب کا عدسہ ہے، تمام اساسی نقطے لاتناہی پر واقع ہوتے ہیں اور اس نظام میں داخل ہونے والی متوازی شعاعیں ہمیشہ متوازی شعاعوں ہی کی شکل میں اس سے باہر آتی ہیں۔
 پانچویں اور چھٹی صورتوں میں اس نظام کی نوعیت بدل گئی ہے، اس کے معادل ستوی لاتناہی پر جس جانب غائب ہو گئے تھے اب اس کی مخالف جانب نمودار ہو گئے ہیں، اور ماسکی طول کی علامت بدل گئی ہے۔
 چھٹی صورت ایک مرکب خوردبین کو تعبیر کرتی ہے جس کا دہانہ بائیں جانب کا عدسہ ہے۔ دور بین اور خوردبین کے ساتھ تعلق کو واضح کرنے کے لیے چوتھی شکل میں شعاعوں کے راستے اور چھٹی شکل میں خیال نقطہ دار خطوط سے ظاہر کیے گئے ہیں۔

دوربینی نظام: اگر اساسی مساوات (۱۲) میں ۱ صفر ہو تو

سیما مل ہوگا:

$$b, l, + j, l, + d = 0$$

اس سے ظاہر ہے کہ اگر لا، لاتناہی ہو تو لا، بھی لاتناہی ہوگا، یا اگر لا، لاتناہی ہو تو لا، بھی لاتناہی ہوگا۔ اس لیے جو شعاعیں اس نظام میں متوازی داخل ہوتی ہیں وہ اس سے متوازی ہی باہر نکلتی ہیں۔ ایسی صورت میں نظام کو دوربینی نظام کہتے ہیں۔ اس کی ایک مثال شکل ۷۷ کی چوتھی صورت میں ملتی ہے۔

مثالیں

(۱) کسی مقعر یا محدب کروی سطح پر کے انعکاس کی صورت میں ہم ہولڈز کا

کلیہ تکبیر ثابت کرو۔

(۲) کسی پتلے عدسہ کے محور پر شخص کو بقدر ایک چھوٹے سے فاصلہ فرش ہٹایا جاتا ہے۔ خیال کے متناظر ہٹاؤ فرخ کے لیے ایک جملہ حاصل کرو۔ اگر محور پر رکھے ہوئے شخص مذکور کا طول فرش ہو اور اس کے متناظر خیال کا طول فرخ ہو تو نسبت

فرخ / فرش کو طولی تکبیر کے نام سے موسوم کیا جاسکتا ہے۔ ثابت کرو کہ یہ طولی تکبیر معمولی عرضی تکبیر کے مربع کے مساوی ہوتی ہے۔

(۳) اگر ایک موٹے محدب عدسہ سے شخص ایک ایسے فاصلے پر رہے کہ عدسہ کی دوسری جانب اُسی جسامت کا ایک خیال حاصل ہو تو ثابت کرو کہ شخص اور خیال کا درمیانی فاصلہ منفی دونوں صدر نقطوں کا درمیانی فاصلہ مساوی ہوتا ہے ماسکی طول کے چار گنہ کے۔

(۴) ایک دوہرے محدب پتلے عدسہ کی ایک جانب کا واسطہ پانی ہے اور عدسہ کی دوسری جانب ہوا ہے۔ اس عدسہ کے دونوں رخوں کے نصف قطر اختنا ۲۰، ۲۰ سمر ہیں اور یہ عدسہ ایسے شیشہ کا ہے جس کا انعطاف نما ۱۵۲ ہے۔ اس کے ماسکی مستویوں، صدر مستویوں، اور عقدی نقطوں کے محل معلوم کرو۔

(۵) شیشہ کے ایک کرہ کا انعطاف نما ۱۵۵ اور اس کا نصف قطر اختنا ۲ سمر ہے۔ اگر شخص اس کرہ کے مرکز سے ۵ سمر کے فاصلہ پر واقع ہو تو اس کا خیال کہاں بیگا اور اس خیال کی تکبیر کیا ہوگی؟

(۶) شیشہ کے ایک کرہ کی عدسہ کا نصف قطر اسمر اور انعطاف نما ۱۵۲ ہے۔ اس عدسہ کی ایک جانب کا واسطہ ہوا ہے اور دوسری جانب کا واسطہ پانی۔ اس کے ماسکی مستویوں صدر مستویوں اور عقدی نقطوں کے محل معلوم کرو۔ اور ان کی مدد سے خیال کے محل اور اس کی تکبیریں معلوم کرو جبکہ شخص ہوا میں کرہ کے مرکز سے (۴) ۳ سمر (ب) ۱۵۵ سمر کے فاصلہ پر واقع ہو۔

(۷) سابقہ سوال کے دوسرے حصہ کو عدسہ کی دونوں سطحوں سے یکے بعد دیگرے کرہ کی سطح پر کے انعطاف کا ضابطہ متعلق کر کے، حل کرو۔

(۸) اگر عدسوں کے ایک ایسے نظام کا ماسکی طول جس سے ایک حقیقی خیال

بن سکتا ہو م ہو اور اگر نظام کو اس طرح ترتیب دیا جائے کہ اس کی وجہ سے ایک شخص کا خیال خطہ خیال کے صدر مستوی سے ایک میٹر کے فاصلے پر رکھے ہوئے ایک پردہ پر بنے تو ثابت کرو کہ اس خیال کی تکبیر $\frac{1}{100}$ - ۱ ہوگی۔

(۹) شیشہ کا ایک نصف کرہ جس کا نصف قطر ص اور انعطاف نما

(۳۹)

ہے ایک عدسہ کے طور پر استعمال کیا جاتا ہے اور اس میں سے صرف وہ شعاعیں گزری جاتی ہیں جو اس کے محور کے ساتھ تقریباً منطبق رہتی ہیں۔ ثابت کرو کہ اس کا ایک صدر نقطہ محور اور محدب سطح کے نقطہ تقاطع پر ملتا ہے اور دوسرا صدر نقطہ عدسہ کے اندر مستوی سطح سے فاصلہ $\frac{1}{2}$ پر واقع ہوتا ہے۔

نیز ثابت کرو کہ اس عدسہ کا ماسکی طول $\frac{1}{2}$ کے مساوی ہے۔

(۱۰) انعطاف نما ۱۵۲ والے شیشہ کے ایک مستوی محدب عدسہ کے

کردی سطح کا نصف قطر انچ ۲۴ سم اور اس عدسہ کی دباؤت محور کی سمت میں ۲ سم ہے۔ اس کا ماسکی طیل محسوب کرو اور خیال کا محل دریافت کرو جبکہ شخص (۱) محدب رخ کی جانب (ب) مستوی رخ کی جانب، محدب سطح سے ۵۰ سم کے فاصلے پر واقع ہو۔

(۱۱) اگر سابقہ سوال کے عدسہ کی صورت میں کردی رخ کے جانب کا

واسطہ پانی ہو اور مستوی رخ کے جانب کا واسطہ ہوا ہو تو اس کے اسی نقطوں کے محل دریافت کرو۔ اور خیال کے محل محسوب کرو جبکہ شخص ہوا میں مستوی رخ سے ۵۰ سم کے فاصلے پر واقع ہو۔

(۱۲) اگر دو ہم محور پیلے عدسوں کے ایک نظام میں عدسوں کے درمیانی

فضاء کو پانی سے بھر دیا جائے تو اس نظام کے معادل ماسکی طول کے ضابطہ کی شکل کیا ہو جائیگی؟

(۱۳) دو مشابہ مستوی محدب عدسوں کے مستوی رخنوں کو پیلے یا ہم

مائے رکھ کر پھر کسی قدر علیحدہ کر دیا جاتا ہے۔ ثابت کرو کہ اس اجتماع کا ماسکی طول عدسوں کے جدا ہونے کی صورت میں بڑا ہوتا ہے بہ نسبت اس ماسکی طول

کے جو ان کے تماس میں ہونے کی صورت میں ہوتا ہے۔ نیز یہ بھی ثابت کرو کہ
عدسوں کو جدا کر دینے پر صدر ماسکوں کے محل اپنی اپنی سطحوں سے قریب تر
آجاتے ہیں۔

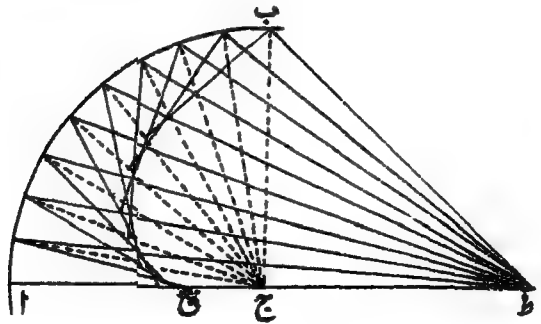
(۱۴) ایک مقرر آئینہ کے محور پر ماسک سے آگے ایک شخص واقع ہے۔ شیشہ
کی ایک تختی جس کی دہارت د اور جس کا انعطاف نما مہ ہے ماسک اور آئینہ کے
درمیان محور پر ساداً رکھ دی جاتی ہے۔ ثابت کرو کہ اس کا اثر خیال کے محل پر
ایسا ہی ہوتا ہے۔ یہ کہ آئینہ کو شخص کی جانب بقدر فاصلہ $\frac{d}{2}$ (مہ - ۱) ہٹایا گیا ہو۔



چوتھا باب

خیال کے نقائص

(۵۰) دوسرے باب میں ہم نے مان لیا تھا کہ آئینوں اور عدسوں پر واقع ہونے والی شعاعیں محور کے قریب رہتی ہیں اور اس سے صرف چھوٹے زاویے بنتی ہیں۔ اس صورت میں ایک نقطی شخص کا خیال بھی نقطی ہوتا ہے۔ اب ہمیں اس تحدید سے درگزر کر کے یہ تحقیق کرنا چاہیے کہ جب شعاعیں محور سے ایک قابل لحاظ زاویہ پر مائل ہوں تو کیا ہوتا ہے۔



شکل ۵۱

فرض کرو کہ ا ب ایک مقعر کروی آئینہ کی تراسش کو تعبیر کرتا ہے

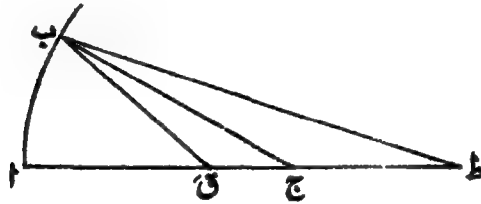
ج اس کام کو انجام دینے سے ربط ایک نقطہ شخص ہے۔ اگر طے سے محور کے ساتھ مختلف زاویوں میں متعین ہونے والی شعاعیں کھینچی جائیں اور ہر شعاع کے لیے زاویہ عکاس کو زاویہ وقوع کے مساوی بنایا جائے تو ترکیبی طور پر یہ دیکھا جائیگا کہ انعکاس کے بعد ان شعاعوں کے محض شکل بدلنے کے مطابق ہوتے ہیں۔

صرف وہ شعاعیں جو ا کے قریب وجود سے منعکس ہوتی ہیں طے کے خیال ق میں سے گزرتی ہیں۔ دیگر شعاعیں محور کو ا ورق کے درمیان قطع کرتی ہیں۔ کوڑ دو شعاعیں جو آئینہ کے متعلقہ نقاط سے منعکس ہوتی ہیں محور پر پہنچنے سے پہلے ہی ایک دوسرے کو قطع کرتی ہیں۔ اور یہ نقاط تقاطع ایک منحنی پر واقع ہوتے ہیں جس کو آتش منحنی کہا جاتا ہے۔ تمام منعکس شعاعیں اس منحنی کو مس کرتی ہیں۔ ورق پر اس کی ایک نوک ہوتی ہے۔ اگر طے محور پر حرکت کرے تو اس آتش منحنی کی شکل بھی تبدیل ہوتی جاتی ہے۔ آتش منحنی پر منعکس شعاعوں کے قریب جانے کی وجہ سے اس مقام پر رکھے ہوئے عائد کسی اور صغیر سطح پر ایک منقرض منحنی بن جاتا ہے۔ اس کی ایک عام مثال وہ ہے جب کہ دو دیوتہ تقریباً بھری ہوئی ایک چاؤ کی پیالی میں دھوپ اور تقریباً آتش ہو کر واقع ہوتی ہے۔ اس صورت میں پیالی کی اندرونی سطح آئینہ کی طرح عمل کرتی ہے۔ آتش منحنی کو پھیل کر ایک بڑے طبقہ پر پڑے کہ نصف دائرے کی شکل میں مڑی ہوئی ایک منحنی اور دونوں والی کو منقطع کشتی سے تختہ پر رکھا جائے۔

آتش منقطع کو محور طے کے گرد گھمرا جائے تو ہمیں شعاعوں کی ایک مستوی پھیلنے والی بجائے طے سے متعین ہونے والی ایک ختمہ مخروطی پھیل حاصل ہوتی اور آتش منحنی ایک سطح و سہ کرکے جس کو آتش سطح کہتے ہیں۔ نیز وہ تمام شعاعیں جو طے سے محور کے ساتھ ایک ہی زاویہ بناتی ہوئی متعین ہوتی ہیں انعکاس کے بعد محور پر سے ایک ہی نقطہ میں سے گزرتی ہیں۔ بنا بریں محور پر ا سے قی تک ایک منقرض خط ہوگا۔ اور یہ خط آتش سطح کا ایک حصہ سمجھا جاسکتا ہے۔ چاؤ کی پیالی سے انجام دے ہوئے قہر سے کردہ آئینہ سے پیدا شدہ آتش منحنی کے متعلق ایک غلط خیال پیدا ہوسکتا ہے۔ چونکہ چاؤ کی پیالی اطوائی ہوتی ہے اس لیے

دائرہ ک ک، دائرہ اقل التباس کہلاتا ہے اور اس کو منور نقطہ کے اُس خیال کی جو اس آئینہ کی وجہ سے بنی ہے قریب ترین صورت سمجھی جاسکتی ہے فاصلہ گ ق کو حاشیہ کی شعاع دگ کی طولی کروی ضلالت یا محض ضلالت کہتے ہیں اور فاصلہ ق ع کو اس کی عرضی کروی ضلالت کہتے ہیں۔

(۵۲) **مقرر آئینہ کی کروی ضلالت:** اس صورت میں ضلالت کی قدر معلوم کرنے کے لیے شکل ۵۵ پر غور کرو جس میں ط شخص ہے ج اس کا



شکل ۵۵

مرکز انحناء ہے اور ق وہ نقطہ ہے جس پر محور کے ساتھ ایک وسیع زاویہ پر منعکس ہونے والی ایک شعاع انعکاس کے بعد محور کو قطع کرتی ہے۔ فرض کرو کہ $ا ط = ش$ ، $ا ج = ص$ اور $ا ق = خ$ نیز فرض کرو کہ $ا ب = ه$ جو ایک ایسی مقدار ہے کہ $\frac{ص}{ه}$ کے کعب اور بلند تر قوتوں کو نظر انداز کر دیا جاسکتا ہے۔ بنا بریں ه کی پیمائش خواہ قوس پر کی جائے یا اس کو محور سے ب کا عمودی فاصلہ مان لیا جائے بات ایک ہی ہوگی۔

$$\text{ثلث ب ج ط میں } \frac{ج ط}{ط ب} = \frac{ج ب ج ب ط}{ج ب ط ج ب}$$

$$\text{مثلاً ب ق ج میں } \frac{\text{ق ج}}{\text{ب ق}} = \frac{\text{ج ب ق ج}}{\text{ج ب ج ق}}$$

لیکن ج ب ط = د ق ب ج اور ج ب ط ج ب = ج ب ج ق
 اس لیے $\frac{\text{ج ط}}{\text{ط ب}} = \frac{\text{ق ج}}{\text{ب ق}} \dots\dots\dots (۲۲)$

اب $\text{ط ب}^۱ = \text{ج ط}^۲ + \text{ج ب}^۱ + \text{ج ط}^۰ \cdot \text{ج ب}^۱ \text{ جم}^۱$

$$= (\text{ش} - \text{ص})^۱ + \text{ص}^۲ + \text{ص}^۱ (\text{ش} - \text{ص}) = \text{جم}^۲ \text{ ص}$$

اور $\text{جم}^۲ \text{ ص} = ۱ - \frac{۲}{\text{ص}^۲}$ اوپر اختیار کیے ہوئے رتبہ تقریب کی حد تک

پس $\text{ط ب}^۱ = \text{ش}^۱ - \frac{(\text{ش} - \text{ص})^۱}{\text{ص}^۲}$

اور $\text{ط ب} = \text{ش} \left\{ ۱ - \left(\frac{۱}{\text{ص}} - \frac{۱}{\text{ش}} \right) \frac{۲}{\text{ش}^۲} \right\}$ تقریباً

اسی طرح $\text{ق ب} = \text{خ} \left\{ ۱ - \left(\frac{۱}{\text{ص}} - \frac{۱}{\text{خ}} \right) \frac{۲}{\text{خ}^۲} \right\}$ تقریباً

مساوات (۲۲) سے $\text{ج ط} \times \text{ب ق} = \text{ق ج} \times \text{ط ب}$ ۔ اس میں

اندراج کرنے پر ہمیں حاصل ہوگا:

$$(\text{ش} - \text{ص}) \left\{ ۱ - \left(\frac{۱}{\text{ص}} - \frac{۱}{\text{خ}} \right) \frac{۲}{\text{خ}^۲} \right\} = (\text{ص} - \text{خ}) \left\{ ۱ - \left(\frac{۱}{\text{ش}} - \frac{۱}{\text{ص}} \right) \frac{۲}{\text{ش}^۲} \right\}$$

یا طرفین کو ش خ ص سے تقسیم کر دینے پر:

$$\left(\frac{۱}{\text{ش}} - \frac{۱}{\text{ص}} \right) \left\{ ۱ - \left(\frac{۱}{\text{ص}} - \frac{۱}{\text{خ}} \right) \frac{۲}{\text{خ}^۲} \right\} = \left(\frac{۱}{\text{ص}} - \frac{۱}{\text{خ}} \right) \left\{ ۱ - \left(\frac{۱}{\text{ش}} - \frac{۱}{\text{ص}} \right) \frac{۲}{\text{ش}^۲} \right\}$$

پس

$$\frac{1}{\text{خ}} + \frac{1}{\text{ش}} = \frac{1}{\text{ص}} + \frac{2}{\text{ص}} \left(\frac{1}{\text{ش}} - \frac{1}{\text{خ}} \right) \left(\frac{1}{\text{ش}} - \frac{1}{\text{خ}} \right) \left(\frac{1}{\text{ش}} - \frac{1}{\text{خ}} \right) \dots \dots \dots (۲۳)$$

چونکہ ۲ ایک چھوٹی مقدار ہے اس لیے اس کے سر میں ہم 'خ' کی بجائے (۵۳)
 'خ' لکھ سکتے ہیں۔ جہاں 'خ' محور کے ساتھ ایک چھوٹا زاویہ بنانے والی شعاعوں کے
 لیے خیال کا فاصلہ ہے۔ بنا برین چونکہ $\frac{1}{\text{خ}} + \frac{1}{\text{ش}} = \frac{1}{\text{ص}} + \frac{2}{\text{ص}}$ اس لیے مساوات
 (۲۳) ہو جائیگی:

$$\frac{1}{\text{خ}} + \frac{1}{\text{ش}} = \frac{1}{\text{ص}} + \frac{2}{\text{ص}} \left(\frac{1}{\text{ش}} - \frac{1}{\text{خ}} \right) \dots \dots \dots (۲۴)$$

اس مساوات سے 'ق' کا محل حاصل ہو جاتا ہے۔

شعاع ب 'ق' کی ضلالت 'خ'۔ 'خ' مساوی ہے

$$\left(\frac{1}{\text{خ}} - \frac{1}{\text{خ}} \right) \text{خ 'خ' کے}$$

$$= - \left(\frac{1}{\text{ش}} - \frac{1}{\text{ص}} \right) \cdot \frac{2}{\text{ص}} \cdot \text{خ 'خ'}$$

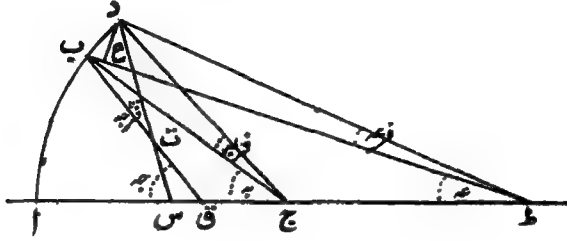
$$= - \frac{\left(\frac{1}{\text{ش}} - \frac{1}{\text{ص}} \right)}{\left(\frac{1}{\text{ش}} - \frac{2}{\text{ص}} \right)} \cdot \frac{2}{\text{ص}}$$

جبکہ 'خ' = 'خ' لکھا جائے۔

ابہامی انعکاس مقعر آئینہ پر: فرض کرو کہ ب د

(شکل ۵۹) ایک مقعر کروی آئینہ کے ایک چھوٹے سے حصہ کی تراش ہے،

اس آئینہ کا مرکز استخراج ہے، اور منور نقطہ ط سے اس آئینہ پر واقع ہونے والی شعاعیں ط ب اور ط د اس آئینہ کے محور کے ساتھ ایک بڑا زاویہ بناتی ہیں۔



شکل ۵۹

فرض کرو کہ شعاع ط ب انعکاس کے بعد آئینہ کے محور سے نقطہ ق پر آتی ہے اور شعاع ط د، ب ق کو ت پر اور محور کو س پر قطع کرتی ہے۔
زاویوں ب ط ج، ب ج ق اور ب ق ا کو α ، β اور γ سے تعبیر کرو اور فرض کرو کہ زاویے د ط ب، د ج ب اور د ت ب بالترتیب α ، β اور γ ہیں۔ فرض کرو کہ $\alpha = \beta$ ، $\beta = \gamma$ ، $\alpha = \beta = \gamma$ ،
ب ق = α ، ج ب = β اور نقطہ ب پر زاویہ وقوع اور زاویہ انعکاس ہے۔ بنا برین

$$\alpha \text{ ق ب ط} = \alpha \text{ ق ب ج} + \beta \text{ ج ب ط}$$

جس سے ہمیں حاصل ہوگا :

$$\alpha \text{ ش جب } \alpha = \beta \text{ خ م جب } \alpha + \beta \text{ م ش جب } \alpha$$

جبکہ مشترک جز ضربی $\frac{1}{\alpha}$ کو حذف کر دیا جائے۔ طرفین کو α ش جب α سے تقسیم کر دیتے ہیں، ہمیں حاصل ہوگا :

$$(۲۵) \dots\dots\dots \frac{2 \text{ جم } \alpha}{\alpha} = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha}$$

دے باط پر عمود دے کھینچو۔ تب چونکہ فرہ ایک چھوٹا زاویہ ہے اس لیے
 (۵۳) دے = دط فرہ = ش فرہ۔ چونکہ باط ایک چھوٹی قوس ہے اس لیے
 ہم اس کو ایک خط مستقیم بن لے سکتے ہیں۔ زاویہ باط دے = دہ۔
 اس لیے دے = باط دجم فہ = ش فرہ = باط دجم فہ

$$\text{یا} \quad \frac{\text{باط دجم فہ}}{\text{ش}} = \text{فرہ}$$

$$\text{اسی طرح} \quad \frac{\text{باط دجم فہ}}{\text{خ}} = \text{فرہ}$$

$$\text{اور} \quad \frac{\text{باط د}}{\text{ص}} = \text{فرہ}$$

اب دہ = باط دجم فہ = باط دجم فہ + باط دجم فہ = ۲ باط دجم فہ
 دہ اور باط دجم فہ کے اضافوں کے درمیان بھی پایا جانا چاہیے۔ پس:
 فرہ + فرہ = ۲ فرہ

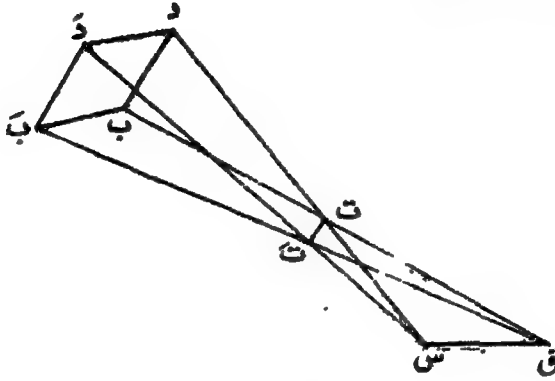
$$\text{یا} \quad \frac{\text{باط دجم فہ}}{\text{ش}} + \frac{\text{باط دجم فہ}}{\text{خ}} = \frac{۲ \text{ باط دجم فہ}}{\text{ص}}$$

اس کو باط دجم فہ پر تقسیم کرنے سے ہمیں حاصل ہوگا:

$$(۲۶) \quad \frac{۲}{\text{ص دجم فہ}} = \frac{۱}{\text{ش}} + \frac{۱}{\text{خ}}$$

اب اس شکل کو اٹھ کے گرد ایک چھوٹے سے زاویہ میں گھاؤ۔ یہی نتائج
 ہر آن کے عمل کے لیے صادق آئیں گے۔ باط د رقبہ کے ایک ایسے ٹکڑے کو مرسم
 کہیگا جس کی شکل تقریباً مستطیل ہوگی۔ مثلث باط د نقطہ ط سے متبع
 ہونے والی شعاعوں کا ایک مجسم پینل مرسم کہیگا۔ فقط باط د ایک چھوٹا سا
 خط مرسم کہیگا اور منعکس شعاعیں اس خط اور محور میں سے گزریں گی۔ یہ تمام

باتیں شکل ۷ میں زیادہ واضح طور پر دکھلائی گئی ہیں جس میں ب د د ب'،
ب د کا مرتسم کردہ رقبہ ہے، ت ت، نقطہ ت کا مرتسم کردہ خط
ہے، اور س ق محور ہے۔



شکل ۷

پس کسی نقطہ سے شمع بہت والی شعاعوں کی ایک پنسل مقعر آئینہ کے
ایک ٹکڑے پر مائل وضع میں منعکس ہونے کے بعد دو پھولے خطوط پر
مستدق ہوتی ہے، جن میں سے ایک اس پنسل کے صدر شعاع اور آئینہ
کے مرکز انحناء کو لیے ہوئے مستوی میں واقع ہوتا ہے اور دوسرا اس مستوی
کے علی التواہم۔ ان خطوں کو ماسکی خطوط کہتے ہیں، ت ت پہلا ماسکی خط
کہلاتا ہے، س ق دوسرا ماسکی خط کہلاتا ہے اور ان کے محل مساواتوں
(۲۶) اور (۲۵) سے حاصل ہوتے ہیں۔

اگر شعاعوں کی پنسل کے راستہ میں ایک ماسکی خط کے قریب ایک
پرہہ رکھا جائے۔ اس پر روشنی کا ایک غیر منتظم دھبہ حاصل ہوگا جس کا یا تو
طول بیحد چھوٹا ہوگا یا عرض۔ لیکن ان ماسکی خطوط کے درمیان ایک خاص
مقام پر اس دھبہ کے طول اور عرض باہم مساوی ہونے اس مقام کو
دائرہ اقل التباس کہتے ہیں کیونکہ عام صورت میں اس دھبہ کی

شکل تقریباً دائری ہو جاتی ہے۔ اس کو ہم نقطہ ط کا ایک مسخ خیال سمجھ سکتے ہیں۔ جو منعکس شعاعوں سے پیدا کیے ہوئے خیال کا قریب ترین تقرب ہے۔

شکل ۶ میں دکھلائی ہوئی جیسی پنسل جو کسی مقام پر بھی ایک نقطہ میں سے نہیں گزرتی ابہامی پنسل کہلاتی ہے۔ انگریزی میں اس کو (Astigmatic pencil) کہتے ہیں جو یونانی الفاظ σ بتی نہیں، اور (stigma) بتی نقطہ کا مشتق ہے۔ ماسکی خطوط کے درمیانی فاصلہ کو ابہامی فرق کہا جاتا ہے۔ اور اس کی قیمت جملہ ذیل سے حاصل ہوتی ہے:

$$(55) \quad \text{ابہامی فاصلہ} = x - x' = x \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x'} \right)$$

$$= x \left(\frac{2}{\text{جم ذہ}} - \frac{2}{\text{جم فہ}} \right)$$

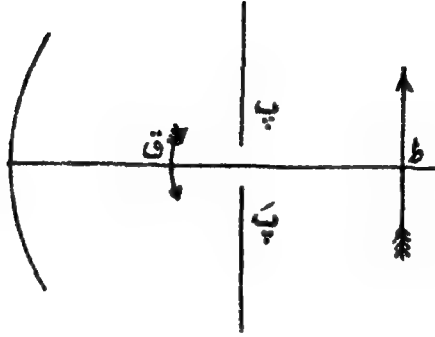
$$= \frac{2x}{\text{م}} \text{ جب فہ ص ذہ}$$

پس یہ فرق زاویہ وقوع کے ساتھ بہت تیزی سے بڑھتا جاتا ہے۔

انحناء اور مسخ: اب تک ہم نقطی شخصوں سے بحث کرتے رہے

ہیں شکل ۷ میں ط پر ایک منحنی شخص دکھلایا گیا ہے۔ اس کے ہر ایک نقطہ کے لیے شکل میں دکھلائے ہوئے مقعر آئینہ کی وجہ سے بننے والے خیال کا محل ابتدائی ضابطہ سے محسوب کر لیا جائے تو یہ تمام خیال قی پر دکھلائے ہوئے معکوس منحنی پیکان پر واقع پائے جاتے ہیں۔ اگر آئینہ کے مرکز انحناء پر ایک ایسا پردہ پک رکھ دیا جائے جس میں ایک چھوٹا سا ثقبہ بنا ہوا ہو تو ط کے ہر ایک نقطہ کا خیال صرف ایک مرکزی باریک پنسل کی وجہ سے بیٹگا اور کردی ضلالت اور ابہامیت کے نقائص کلیتہً ساقط ہو جائیں گے لیکن اس سے خیال کی تنویر گھٹ جائیگی۔ یہ صحیح مقام پر ترتیب دیے ہوئے ایک

روک (stop) کے اثر کی ایک دلچسپ مثال ہے۔ چونکہ شخص کے تمام نقاط آئینہ سے ایک ہی فاصلے پر واقع نہیں ہوتے جب کہ ان کے فاصلے مرکز انحن میں



شکل ۱۱

سے گزرنے والے خط مستقیم کی سیدھ میں ناپے جائیں اس لیے شخص کے سروں کی تکبیر اس کے وسطی حصے کی تکبیر سے مختلف ہوتی ہے۔

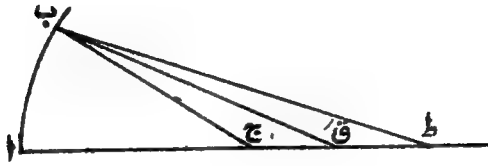
اس لیے اس صورت میں دو نئے نقائص پیدا ہو جاتے ہیں جن کو خیال کا انحن اور مسخ کہتے ہیں۔

معدب کروی آئینہ کے انعکاس سے حاصل ہونے والے آتش منحنی پر اس آئینہ کی صورت میں حاشیائی شعاع کی ضلالت اور ایک باریک پنسل سے ابھائی انعکاس پر بالکل اسی طرح غور کیا جاسکتا ہے جس طرح کہ اوپر متعبر آئینہ کی متناظر صورت میں کیا گیا ہے۔

وسیع زاویہ والی پنسل کا انعطاف کروی سطح پر

اگر محور کے ساتھ وسیع زاویہ والی شعاعوں کی ایک پنسل کسی نقطہ سے تنبع ہو کر ایک کروی سطح پر منعطف ہو جائے تو یہ شعاعیں انعطاف کے بعد جیسا کہ انعکاس کی حالت میں ہوتا ہے، ایک نقطہ میں سے نہیں گزریں بلکہ

ایک آتشیں سطح کو مس کرتی ہیں جس کی نوک محور پر ہوتی ہے۔ چنانچہ اس صورت میں بھی ہمیں ضلالت اور دائرۃ اقل التباس کے وہی مظاہر حاصل ہوتے ہیں۔ ایک حاشیائی شعاع انعطاف کے بعد محور سے جس نقطہ پر آگتی ہے اس کا محل معلوم کرنے کے لیے شکل ۱۱ پر غور کرو۔ ط ب ایک ایسی شعاع ہے جو ہوا میں سے



شکل ۱۱

انعطاف نامہ والے واسطہ کی ایک کردی سطح ط ب پر واقع ہوتی ہے۔ ج اس سطح کا مرکز اختلا ہے۔ فرض کرو کہ ط ب کے انعطاف کے بعد اس کے راستہ کو پیچھے کی طرف بڑھانے پر یہ ب ق سے تعبیر ہوتا ہے اور فاصلہ ط ب مساوی ہے ہ کے۔ جیسا کہ صفحہ ۹۵ پر بتایا گیا ہے ہ ایک ایسی مقدار ہے کہ $\frac{ہ}{ص}$ کے نتیجہ میں در بند تر قوتوں کو نظر انداز کر دیا جاسکتا ہے۔

فرض کرو کہ ط = ش، ا ق = خ اور ج = ص

$$\text{چنانچہ مثلث ب ج ط میں } \frac{ج ط}{ط ب} = \frac{ج ب ج ب ط}{ج ب ط ج ب}$$

$$\text{اور مثلث ب ج ق میں } \frac{ج ق}{ق ب} = \frac{ج ب ج ب ق}{ج ب ق ج ب}$$

$$\text{لیکن } ج ب ج ب ط = ج ب ج ب ق$$

بنائیں۔ $\frac{ج ط}{ط ب} = مہ \frac{ج ق}{ق ب}$

یا $مہ ج ق \times ط ب = ج ط \times ق ب$ (۲۴)

اب $ب ط = ب ج + ج ط + ۲ ب ج \times ج ط$ جم ا ج ب

$= ص + (ش - ص) + ۲ ص (ش - ص) + جم \frac{۲۰۰}{ص}$

$= ص + (ش - ص) + ۲ ص (ش - ص) + (۱ - \frac{۲۰۰}{ص})$ مضمرہ

تقرب کے رتبہ تک

$= ش - (ش - ص) \frac{۲۰۰}{ص}$

(۵۴)

پس اس امر کو ملحوظ رکھتے ہوئے کہ ہر ایک بہت چھوٹی مقدار ہے، ہمیں حاصل ہوگا:

$ب ط = ش \{ ۱ - (\frac{۱}{ص} - \frac{۱}{ش}) \frac{۲۰۰}{ص} \}$

اور اسی طرح $ب ق = خ \{ ۱ - (\frac{۱}{خ} - \frac{۱}{ص}) \frac{۲۰۰}{ص} \}$

مساوات (۲۴) میں یہ قیمتیں درج کرنے سے حاصل ہوگا :-

مہ (خ - ص) ش $\{ ۱ - (\frac{۱}{ص} - \frac{۱}{ش}) \frac{۲۰۰}{ص} \}$

$= (ش - ص) خ \{ ۱ - (\frac{۱}{خ} - \frac{۱}{ص}) \frac{۲۰۰}{ص} \}$

یا مہ (ص - خ) $\{ ۱ - (\frac{۱}{ص} - \frac{۱}{ش}) \frac{۲۰۰}{ص} \}$

$= (ص - خ) \{ ۱ - (\frac{۱}{خ} - \frac{۱}{ص}) \frac{۲۰۰}{ص} \}$

$$یا \quad \frac{م}{خ} - \frac{م}{ش} = \frac{م-۱}{ص} + \left(\frac{۱}{ص} - \frac{۱}{خ} \right) \left(\frac{۱}{ش} - \frac{۱}{م} \right) \frac{۲}{۲}$$

چونکہ $\frac{م}{خ}$ ایک چھوٹی مقدار ہے اس لیے $\frac{م}{ش}$ کے سر میں $\frac{خ}{ش}$ کی بجائے $\frac{خ}{ش}$ درج کیا جاسکتا ہے جہاں $\frac{خ}{ش}$ خیال کا فاصلہ ہے ان شعاعوں کی صورت میں جو محور کے ساتھ ایک چھوٹے زاویہ پر مائل ہوں، اور جس کی قیمت مساوات ذیل سے حاصل ہوگی :

$$\frac{م-۱}{ص} = \frac{۱}{ش} - \frac{م}{خ}$$

پس $\frac{م}{خ}$ کے محل کو متعین کرنے والی مساوات ہو جائیگی :

$$\frac{م}{خ} - \frac{م}{ش} = \frac{م-۱}{ص} + \frac{۱}{م} \left(\frac{۱}{ش} - \frac{۱}{ص} \right) \left(\frac{۱}{ش} - \frac{۱}{م} \right) \frac{۲}{۲}$$

$$= \frac{م-۱}{ص} + \frac{۱}{م} \left(\frac{۱}{ش} - \frac{۱}{ص} \right) \left(\frac{۱}{ش} - \frac{۱}{م} \right) \frac{۲}{۲} \dots (۲۸)$$

پتلے عدسہ کی کروی ضلالت : اب قابل نظر انداز

دبازت والے ایک عدسہ کی دونوں سطحوں پر مساوات (۲۸) کا اطلاق کریں گے۔ دوسرے باب کی ترقیم کے مطابق فرض کرو کہ شخص کا فاصلہ عدسہ سے $\frac{م}{ش}$ ہے، پہلے اور دوسرے رُخوں کے نصف قطر انحناء $\frac{۱}{ص}$ اور $\frac{۱}{خ}$ ہیں، عدسہ کے مادہ کا انعطاف نما $م$ ہے، عدسہ سے اُس نقطہ کا فاصلہ جہاں پر ماسٹی شعاع کی سمت پہلے انعطاف کے بعد محور کو قطع کرتی ہے $\frac{م}{ش}$ ہے اور دوسرے انعطاف کے بعد متناظر فاصلہ $\frac{م}{خ}$ ہے۔

چنانچہ پہلے انعطاف کے لیے :

$$\frac{م}{ش} - \frac{م}{خ} = \frac{م-۱}{ص} + \frac{۱}{م} \left(\frac{۱}{ش} - \frac{۱}{ص} \right) \left(\frac{۱}{ش} - \frac{۱}{م} \right) \frac{۲}{۲}$$

اور دوسرے انعطاف کے لیے اس مفروضہ پر کہ شعاع کی سمت اُلٹ گئی ہے :

$$\frac{1}{f} - \frac{1}{x} = \frac{1}{v} + \frac{1}{v'} - \frac{1}{x} \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{x} \right) \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{x'} \right) \frac{1}{2}$$

عمل تفریق سے :

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x'} = \frac{1}{v} - \frac{1}{v'} + \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{v'} \right) \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{x} \right) \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{x'} \right) \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{x} \right) \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{x'} \right) - \right.$$

۷۷ کے سر میں x کی بجائے x' کی جگہ پر شعاعوں کے لیے اس کی قیمت x استعمال کی جاسکتی ہے جو مساویہ ذیل سے حاصل ہوتی ہے :

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x'} = \frac{1}{v} - \frac{1}{v'} + \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{v'} \right) \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{x} \right) \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{x'} \right) \frac{1}{2}$$

پس :

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x'} = \frac{1}{v} - \frac{1}{v'} + \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{v'} \right) \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{x} \right) \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{x'} \right) \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{x} \right) \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{x'} \right) - \right.$$

حاشی شعاع کی ضلالت = $x - x'$

$$\left(\frac{1}{v} - \frac{1}{x} \right) \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{x'} \right) = \frac{1}{v} - \frac{1}{v'} + \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{v'} \right) \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{x} \right) \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{x'} \right) \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{x} \right) \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{x'} \right) - \right. \dots (۲۹)$$

صہ =۔ تو یہ مثبت ہوتا ہے لہذا یہ ہمیشہ مثبت ہوتا ہے اور اس لیے رخ-رخ کی علامت وہی ہوتی ہے جو-م کی۔ پس انحنائی نصف قطروں کی نسبت خواہ کچھ ہی کیوں نہ ہو حاشئی شعاعیں محوری شعاعوں کے مقابلہ میں عدسہ سے قریب تر مقام پر باسکہ میں آتی ہیں۔ ایک واحد پتلے عدسہ کی صورت میں اس ضلالت کو صفر سمجھی نہیں کہا جاسکتا لیکن ایک محدب اور ایک مقعر عدسہ کو اس طرح ترکیب دیا جاسکتا ہے کہ اس مرکب عدسہ کی ضلالت صفر ہو جائے۔

فرض کرو کہ م، م اور مہ کی قیمتیں دی گئی ہیں اور یہ دریافت کرنا مطلوب ہے کہ صہ کی کس قیمت کے لیے ضلالت کی قیمت اقل ہوتی ہے۔ مساوات (۳۲) کو صہ کے لحاظ سے تفرقا کر نتیجہ کو صفر کے مساوی رکھنے پر ہمیں حاصل ہوگا:

$$\text{صہ} = \frac{۲م۲ - مہ - ۴}{م(۲+۱)} \dots\dots\dots (۳۳)$$

(۵۹) اس سے صریحاً اقل قیمت ہی حاصل ہوگی کیونکہ صرف یہی ایک موٹو کی قیمت ہے اور صہ = ا کے لیے یہ جملہ لائق ہی ہو جاتا ہے۔ اگر مساوات (۳۳) میں مہ کی قیمت ۱۵ ا کے مساوی لکھی جائے تو صہ کی قیمت $\frac{۱}{۵}$ ہو جاتی ہے اور م کو ۲ کے مساوی رکھا جائے تو صہ $\frac{۱}{۵} + \frac{۱}{۵}$ ہو جاتا ہے۔ ہر دو صورتوں میں مساوات (۳۱) کی رو سے ص کی علامت وہی ہونی چاہیے جو کہ م کی ہوتی ہے اس لیے اگر محدب عدسہ درکار ہو تو پہلی صورت میں اس کو دوسرا محدب ہونا چاہیے اور فور پہلے اس کے زیادہ منحنی رخ پر واقع ہونی چاہیے، اور دوسری صورت میں اس کو محدب ہلائی ہونا چاہیے اور فور پہلے اس کے زیادہ منحنی رخ پر واقع ہونی چاہیے۔ جس عدسے کے انحنائوں کی نسبت اس طرح منتخب کی گئی ہو کہ اس کی کروی ضلالت کی قیمت اقل ہو جائے اس کو متقاطع (crossed) عدسہ کہتے ہیں۔ اعداد مندرجہ جداول ذیل جو ڈروڈ کے ”علم مناظر“ سے

یہ گئے ہیں یہ بتلاتے ہیں کہ کسی عدد کی طولی ضلالت کی قیمت مہ اور مہ کے ساتھ ساتھ کیسے بدلتی جاتی ہے جبکہ اس کے ماسکی طول م اور اس کے نصف قطر م کی قیمتیں مستقل اور بالترتیب ایک میٹر اور ۱۰ سمر رکھی جائیں۔

مہ = ۲۵۰		مہ = ۱۵۵		عدسہ کی شکل
ضلالت	مہ	ضلالت	مہ	
۲۵۰ سمر	∞	۲۵۵ سمر	∞	سامنے کی سطح مستوی
۱۵۰	۱-	۱۶۶	۱-	متشکل -
۵۵۰	۰	۱۸۹	۰	پچھے کی سطح مستوی
۵۳۳	$\frac{1}{5} +$	۱۵۰۶	$\frac{1}{4} -$	اقبل ضلالت کی شکل

جدول بالا سے واضح ہو گا کہ جب مستوی محدب عدسہ کے مقابلہ میں متقاطع عدسہ میں کوئی نمایاں تبدیلی نہیں پائی جاتی اور نیز یہ کہ انعطاف نما کو بڑھانے سے ضلالت معتد بہ طور برائٹ جاتی ہے۔

کسی مستوی محدب عدسہ کو پلٹ دینے سے اس کی کروی ضلالت پر بہت کچھ اثر پڑتا ہے۔ اس کی توقع ابتدائی تصورات کی بناء پر بھی ہو سکتی ہے۔ چنانچہ جب عدسہ کی شکل اس کی مستوی سطح پر واقع ہوتی ہے تو سارا انعطاف اس کی کروی سطح ہی پر عمل میں آتا ہے، لیکن جب یہ پہلے منحنی سطح پر واقع ہوتی ہے تو ان کا انعطاف دونوں رخوں کے درمیان منقسم ہو جاتا ہے اور زاویہ وقوع کو بہت زیادہ بڑا ہونا نہیں پڑتا۔ ابتدائی نظریہ میں جہاں ضلالت سے چشم پوشی کی جاتی ہے جب فہ = جب ط کی بجائے فہ = مہ ط کا اندراج درست مان لیا جاتا ہے۔ اب فرض کرو ہم اس کے پھیلاؤ کی دوسری رقم کو بھی لے لیتے ہیں اور

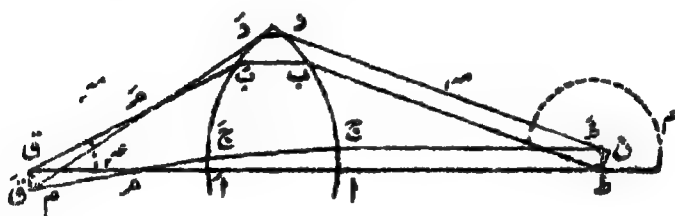
(فہ - $\frac{۳}{۴}$) = مہ (ط - $\frac{۳}{۴}$) مان لیتے ہیں۔ چنانچہ پہلے تقرب یعنی

۱/۴ (۳-ط) کی صورت میں فہ کو دگنا کر دینے پر خطا، دگنی سے کہیں زیادہ ہو جاتی ہے۔

جیسی شرط : اگر کوئی عدسوی نظام اس طرح بھی دے۔

کیا جائے کہ یہ ایک نقطہ کا۔ وسیع زاویہ والی پشیل کے استعمال کیے جانے پر بغیر ضلالت کے بنا سکے، تو بھی یہ لازم نہیں آتا کہ یہ نظام ان ہی حالت میں وقت اس نقطہ کو ٹھہرے ہوئے ایک چھوٹے سے رقبہ کا بھی خیال واضح ٹھہرے بنا سکے۔ اس کے لیے ایک مزید مشہط لازم آتی ہے جس کو جیسی شرط یکت میں جو کہ نقطہ اور اس کے خیال میں سے گزرنے والی مزدوج شعاعوں کے انشاع کے زاویوں کے جیوب کا باہمی تعلق ظاہر کرتی ہے۔

(۹۰) فرض کرو کہ ق ق ایک چھوٹے سے شخص ط ط کا ایک واضح خیال ہے جو ایک وسیع زاویہ والی ہینسل کی وجہ سے بنتا ہے۔ نیز فرض کرو کہ جس



فصل ۱۳

واسط میں شخص واقع ہے اُس کا انعطاف نامہ ہے اور جس واسط میں خیال واقع ہے اُس کا انعطاف نامہ ہے۔

ط سے دو شعاعیں کھینچو، ایک ط ۱ محور کی سیدھ میں، اور دوسری ط ب جو محور کی مثبت سمت کے ساتھ ایک بڑا زاویہ عم بناتی ہے، فرض کرو کہ یہ دونوں شعاعیں انعطاف کے بعد ق پر ملتی ہیں۔ اسی طرح ط سے بھی دو شعاعیں کھینچو: ایک ط ج جو محور کے متوازی ہو اور دوسری ط ۲

جو ط ب کے متوازی ہو، فرض کرو کہ یہ دونوں شعاعیں انعطاف کے بعد ق ق پر ملتی ہیں۔ شخص اور خیال اتنے پھوٹے ہیں کہ ہم ق ب اور ق د کے متعلق یوں سمجھ سکتے ہیں کہ یہ ق ا کے ساتھ ایک ہی زاویہ عمرباتی ہیں۔ ط سے ط د پر عمود ط ن کھینچو اور ق سے ق د پر عمود ق م کھینچو۔ چونکہ شعاعوں ج ج اور ط ا کا ماسکہ مرہ ہے، اس لیے راستہ ط ج ج مر منطری طور پر راستہ ط ا ا مر کے مساوی ہے۔ چونکہ ق ق چھوٹا اور ق م پر عمود وار ہے، اس لیے چھوٹی مقداروں کے پہلے رتبہ کی صحت تک ق م = ق م بنا برین ط ا ا مر ق = ط ج ج مر ق منطری طور پر۔

چونکہ ق خیال ہے ط کا، اس لیے منطری طور پر

$$\text{ط ا ا مر ق} = \text{ط ب ب مر ق}$$

اور چونکہ ق خیال ہے ط کا اس لیے منطری طور پر

$$\text{ط ج ج مر ق} = \text{ط د د مر ق}$$

لیکن منطری طور پر ط ا ا مر ق = ط ج ج مر ق۔ پس منطری طور پر ط ب ب مر ق = ط د د مر ق

چونکہ م ماسکہ ہے شعاعوں ط د اور ط ب کا اس لیے راستے ن د د م اور ط ب ب م منطری طور پر مساوی ہوتے ہیں۔ نیز چونکہ ق م چھوٹا اور ق د پر عمود وار ہے اس لیے چھوٹی مقداروں کے پہلے رتبہ کی صحت تک م م = م م پس منطری طور پر

$$\text{ن د د م م} = \text{ط ب ب مر ق}$$

اس نتیجہ کو پہلے نتیجہ کے ساتھ ملانے سے ط د د مر ق = ن د د م م

مناظری طور پر۔ اس لیے سروں پر کے حصے طَن اور قَم ایک ہی مناطین طول کے ہونے چاہئیں: یعنی

$$\text{م۔ طَن} = \text{م۔ قَم}$$

$$\text{فرض کرو کہ طَط = مار اور قَق = مام۔ بنا برین}$$

$$\text{طَن} = \text{طَط۔ جب طَطَن} = \text{مامجب م}$$

$$\text{قَم} = \text{قَق۔ جب قَقَم} = \text{مامجب م}$$

اور پس:

$$\text{م۔ مامجب م} = \text{م۔ مامجب م}$$

اور یہی وہ جیبی شرط ہے۔ اس کو اوپر جس طریقہ سے ثابت کیا گیا ہے وہ ”ہاکن کا ہے۔ اگر زاویے چھوٹے ہوں تو یہ جیبی شرط ”ہلم ہولٹز کے کلیۃً تکمیل کے مترادف ہو جاتی ہے۔ ثانی الذکر کا ثبوت ”صریحاً صرف چھوٹے زاویوں ہی کی صورت میں صادق آتا ہے۔“

جب ایک عدسہ کے محور پر کے کسی نقطہ سے ششع ہونے والی ایک باریک پنسل اس عدسہ کی سطح کے کسی حصہ پر مایل وضع میں واقع ہوتی ہے تو یہ عدسہ کی وجہ سے ابہامی طور پر منعطف ہو کر دو ماسکی خطوط پیدا کرتی ہے، جیسا کہ منظر آئینہ کی متناظر صورت میں ہوتا ہے۔

لونی ضلالت : عدسوں سے بحث کرتے وقت اب تک

(۶۱)

ہم یہ تسلیم کرنے آئے ہیں کہ نور ایک لونی ہے۔ لیکن تمام اشیاء کا انعطاف نما نور کے رنگ یا طول موج کے ساتھ ساتھ بدلتا جاتا ہے۔ چنانچہ جدولوں میں عام طور پر کسی شیشہ کے انعطاف نما کی ہر ایک قیمت کے ساتھ یہ بھی بتا دیا جاتا ہے کہ یہ قیمت قرآن ہونے کے کس خط کے لیے ہے۔ مثلاً

جدول ذیل میں مسر ذچا آئسنس کے شیشوں میں سے دو کے انعطاف نما دیے گئے ہیں :

کارخانہ کا نمبر	نام	$\frac{m}{D}$	$\frac{m}{C-D}$	$\frac{m}{D-F}$	$\frac{m}{G-F}$	$\frac{m}{D} = \frac{F}{1-\frac{m}{D}}$
۶۰۵	سخت کراؤں	۱۵۵۱۶۵	۵۰۰۲۵۲	۵۰۰۶۰۲	۵۰۰۳۸۳	۵۰۱۶۵۳
۳۶۱	کنٹینر فلٹ	۱۵۶۲۱۳	۵۰۰۳۹۱	۵۰۱۲۳۱	۵۰۱۰۳۶	۵۰۲۴۴۱

مہ کے ساتھ لکھے ہوئے انگریزی حروف فوان ہوفری کے خطوط کی تخصیص کرتے ہیں۔ چنانچہ مستعملہ خطوط کے رنگ اور طول موج حسب ذیل ہیں :

رنگ	طول موج
C	سرخ ۱۰.۸۶۵۶۳-۵۵۰
D	زرد ۵۵۸۹۳
F	کبودی ۴۶۸۶۲
G	بنفشی ۴۳۳۰۸

تمام شیشوں کے انعطاف نما سرخ سے بنفشی کی جانب بڑھتے جاتے ہیں۔ اب کسی پتلے عدسہ کا ماسکی طول ضابطہ ذیل سے حاصل ہوتا ہے :

$$\frac{1}{m} = (1 - m) \left(\frac{1}{m_1} - \frac{1}{m_2} \right) \dots \dots \dots (۳۳)$$

اگر اس ضابطہ میں مہ کی مختلف قیمتیں درج کی جائیں تو ہمیں معلوم ہوگا کہ جیسے جیسے ہم طیف کے سرخ سرے سے بنفشی سرے کی جانب گزرتے ہیں

دیئے ویسے عدسہ کا ماسکی طول گھٹتا جاتا ہے۔ چنانچہ اگر کسی سفید شخص کا خیال حاصل کرنے کے لیے ایک پتلے محدب عدسہ سے کام لیا جائے تو ہمیں رنگین خیالوں کا ایک سلسلہ حاصل ہوگا۔ یہ خیال کسی قدر مختلف قامتوں کے ہونگے اور عدسہ سے مختلف فاصلوں پر واقع رہیں گے، چنانچہ عدسہ سے قریب ترین خیال بنفشہ ہی ہوگا اور بعد ترین خیال سرخ۔ چونکہ طیف کا زردی مایل سبز حصہ روشن ترین ہوتا ہے۔ اس لیے جب کسی پردہ پر خیال کی تمسک کی جاتی ہے تو ہم غیر ارادی طور پر اس زردی مایل سبز خیال ہی کو واضح کر لیتے ہیں۔ دیگر خیال اس واضح خیال کے اوپر آپڑتے ہیں اور سب کے سب کسی قدر ماسکے کے باہر ہوتے ہیں۔ اس کا عمومی اثر یہ ہوتا ہے کہ ہمیں ایک غیر واضح سفید خیال دکھائی دیتا ہے۔ خیال کی یہ عدم وضاحت جو مختلف رنگوں کے لیے انعطاف نما مختلف ہونے کی وجہ سے پیدا ہوتی ہے، **لونی ضلالت** کہلاتی ہے۔

اگر پردہ کو ماسکے کے باہر عدسہ کی طرف ہٹایا جائے تو خیال کا کنارہ سرخی مایل نظر آتا ہے، اور اگر پردہ کو ماسکے کے باہر دوسرے دور ہٹایا جائے تو خیال کا کنارہ کبودی مایل ہو جاتا ہے۔ اس کی وجہ یہ ہے کہ پہلی صورت میں سرخ خیال نسبتاً ماسکے کے زیادہ باہر ہوتا ہے کیونکہ کنارہ پر کا ہر ایک نقطہ ایک سرخ قرص پیدا کرتا ہے اور یہ قرصیں کبودی نقطئی خیالوں سے آگے بڑھ جاتی ہیں۔ اسی طرح دوسری صورت میں کبودی قرصوں کے آگے بڑھ جانے کی وجہ سے خیال کا کنارہ کبودی مایل نظر آتا ہے۔

اگر C اور F خطوط کے لیے ماسکی طول m_c اور m_f ہوں تو:

$$\frac{1}{m_c} - \frac{1}{m_f} = \frac{1}{m_c} (1 - m_c)$$

$$\frac{1}{m_f} - \frac{1}{m_c} = \frac{1}{m_f} (1 - m_f)$$

اور تقریب سے :

$$\left(\frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2}\right) \left(\frac{m_c}{c} - \frac{m_F}{F}\right) = \frac{1}{m_c} - \frac{1}{m_F}$$

کی قیمت مساوات (۳۴) سے درج کرنے پر :

$$\frac{\frac{m_c}{c} - \frac{m_F}{F}}{m(1 - m)} = \frac{1}{m_c} - \frac{1}{m_F}$$

$$\frac{\frac{m_c}{c} - \frac{m_F}{F}}{m(1 - m)} = \frac{F}{m_c} - \frac{c}{m_F}$$

یا

جہاں m اور m ، انعطاف نما اور ماسکی طول کی کوئی متناظر قیمتیں ہیں۔ اب فرض کرو کہ m کی قیمت m_c اور m کے درمیان واقع ہے بنا برین m_c m کی بجائے ہم تقریب کے طور پر m لکھ سکتے ہیں۔ چنانچہ

$$(۳۵) \dots\dots\dots \frac{\frac{m_c}{c} - \frac{m_F}{F}}{1 - m} = \frac{F}{m} - \frac{c}{m}$$

اگر شخص لاتنا ہی پر ہو تو داہنی جانب کا جملہ سرخ اور کبودی خیالوں کے درمیانی فاصلہ اور عدسہ کے ماسکی طول کی نسبت کو تعبیر کرتا ہے جس سے ہم لونی ضلالت کی مقدار کا اندازہ کر سکتے ہیں۔

$$\frac{\frac{m_c}{c} - \frac{m_F}{F}}{1 - m} = n \quad \text{فرض کرو کہ}$$

اس مقدار n کو خطوط F اور C کے لیے زیر بحث شیشہ کی انتشاری طاقت کہتے ہیں۔

معدب عدسہ کی صورت میں سرخ خیال ہمیشہ واقع نور کی جانب سے بعید ترین فاصلہ پر ہوتا ہے، اور مقعر عدسہ کی صورت میں یہ واقع نور کی جانب سے ہمیشہ قریب ترین فاصلہ پر ہوتا ہے۔ پس سوال یہ

پیدا ہوتا ہے کہ آیا ایک محدب اور ایک مقعر عدسہ کو باہم اس طرح ترکیب دیا جاسکتا ہے کہ ایک میں پائے جانے والی لونی ضلالت دوسرے میں پائے جانے والی لونی ضلالت کی تبدل کر دے۔ اس سوال کا جواب نیوٹن نے نفی میں دیا۔ اُس کا یہ خیال تھا کہ شیشہ کے لیے مہ - مہ ہمیشہ اس کی انعطافیت یعنی مہ - اس کے متناسب ہوتا ہے اور اس لیے کوئی نظام جو لونی ضلالت سے پاک ہو شیشہ کی مستوی متواتری رخوں والی محض ایک تختی کی طرح عمل کرے گا یا بالفاظ دیگر مختلف رنگوں کی دھبے سے پیدا ہونے والی غیر وضاحت عدسہ کے خواص کا ایک لازمی جز ہے۔ یہ تصور بلاشبہ غلط تھا لیکن اُس نے اس کو اس لیے صحیح تسلیم کر لیا تھا کہ کراڈن شیشہ اور پانی کی صورت میں اس کے مشاہدات کی رو سے یہ تنازع بہ تقریباً درست پایا گیا تھا۔

فرض کرو کہ دو پتہ ہم محور عدسے ایک دوسرے کے ساتھ تماس میں رکھے ہوئے ہیں پہلے عدسہ کا ماسکی طول اور انتشاری طاقت ہا ترتیب م اور نہ ہیں اور دوسرے عدسہ کا ماسکی طول اور انتشاری طاقت م اور نہ ہیں۔ چنانچہ C خط کے لیے اس مرکب عدسہ کا ماسکی طول م مضابطہ ذیل سے حاصل ہوگا:

$$\frac{1}{C} + \frac{1}{C} = \frac{1}{C}$$

اور F خط کے لیے

$$\frac{1}{F} + \frac{1}{F} = \frac{1}{F}$$

تفریق کرنے سے ہمیں حاصل ہوگا

$$\frac{1}{C} - \frac{1}{F} + \frac{1}{C} - \frac{1}{F} = \frac{1}{C} - \frac{1}{F}$$

جس کا حل ہے $m = 14510$ سمر اور $m = 23562$ سمر اس لیے یہ اجتماع کراؤن شیشہ کے 14510 سمر ماسکی طول والے ایک محدب عدسہ پر اور فلنٹ شیشہ کے 23562 سمر ماسکی طول والے ایک مقعر عدسہ پر مشتمل ہونا چاہیے۔ ظاہر ہے کہ یہ اجتماع نور کے مرکز آئیں خطہ کے لیے غیر لونی ہوگا جس کے لیے اسے محسوب کیا گیا ہے۔

اگر ہم مان لیں کہ m اور m کی مذکورہ بالا قیمتیں D خطے کے لیے ہیں اور ان قیمتوں کو ہم دیگر رنگوں کے لیے محسوب کریں تو ہمیں جدول ذیل ملے گا (۶۴)

	م	م	م
C	14514 سمر	23580 سمر	35502 سمر
D	14510	23562	35499
F	14593	23515	35505
G	14581	22569	35509

ان اعداد سے ظاہر ہے کہ طول موج کے ساتھ ساتھ m میں اتنا تغیر نہیں ہوتا جتنا کہ m یا m میں ہوتا ہے۔ اگر اس اجتماع سے معمولی تختیوں کے ساتھ عکاسی میں کام لینا مقصود ہو تو اس کی تصحیح بنفشہ اور بالابنفشی نور کے لیے کی جانی چاہیے۔

مذکورہ بالا غیر لونی مرکب عدسہ کی صورت میں اس کے ترکیبی عدسوں کے صرف ماسکی طول مشخص کیے گئے ہیں نہ کہ ان کی سطحوں کے نصف قطر انحناء اس لیے ہر ایک عدسہ میں ایک نصف قطر انحناء ہمارے اختیار میں ہوتا ہے۔ جیسا کہ صفحہ ۱۱۷ پر بتایا جا چکا ہے کروی ضلالت عدسہ کے دونوں بیرونی لختوں کے انحنائی نصف قطروں کی نسبت پر منحصر ہوتی ہے، چنانچہ ہم

اس نسبت کو اس طرح منتخب کر سکتے ہیں کہ کروی ضلالت اقل ہو جائے۔
 انحنائی نصف قطروں کے درمیان جو دوسرا رشتہ باقی رہ جاتا ہے اس
 سے دونوں عدسوں کے اندرونی انحنائوں کو مساوی کرنے میں کام لیا جاسکتا
 ہے۔ پھر ان کو ایک ساتھ ملا کر جوڑ دیا جاسکتا ہے تاکہ ان کے درمیان
 کوئی ہوائی فاصلہ، جس کے انعکاس کی وجہ سے نور کی حدت گھٹ جاتی ہے،
 چھوٹ نہ جائے۔

اگر مذکور الصدر مرکب عدسہ کا محدب جز مساوی التحدب ہو تو اس کا
 نصف قطر انحناء ۱۴۶.۶ سمر ہوتا ہے، اور اگر مقعر جز مستوی مقعر ہو تو اس کا
 نصف قطر انحناء بھی ۱۴۶.۶ سمر ہی ہوتا ہے۔ اس طرح یہ دونوں عدسے ایک
 دوسرے میں ٹھیک بیٹھ جاتے ہیں اور ایک مستوی محدب اجتماع بناتے
 ہیں۔ اس شکل کے عدسہ کی کروی ضلالت متوازی نور کے لیے بہت ہی کم
 ہوتی ہے جیسا کہ پہلے دیکھا جا چکا ہے۔ چنانچہ چھوٹی دور بینوں کے دہانہ
 شیشے اکثر کراؤن شیشہ کے ایک مساوی التحدب عدسہ کو فلٹ شیشہ
 کے ایک مستوی مقعر عدسہ کے ساتھ جوڑ کر بناتے ہیں اور اس اجتماع کو
 دور بین میں اس طرح بٹھایا جاتا ہے کہ نور پہلے کراؤن شیشہ کے عدسہ پر
 واقع ہو۔

فرض کرو کہ مذکور الصدر غیر لونی مرکب عدسہ کا قطر ۳.۵ سمر ہے۔
 اس کی کروی ضلالت صفحہ ۱۰۹ پر دی ہوئی قیمتوں کو $(\frac{3.5}{2})^2$ ۳۵
 یعنی ۱۰.۸ سے ضرب دے کر محسوب کر لی جاسکتی ہے۔ چنانچہ انعطاف ۸
 ۵ کے لیے اس کی قیمت ۱۰.۸ اور انعطاف ۲ کے لیے اس کی قیمت
 ۴.۲ سمر حاصل ہوتی ہے۔

اگر مختلف انتشاری طاقتوں والے شیشوں کے بنے ہوئے تین پتلے
 عدسوں کو ایک ساتھ جوڑ کر ایک واحد عدسہ بنالیا جائے تو تین مختلف رنگوں
 سے بننے والے خیالوں کو بھی ایک دوسرے پر منطبق کیا جاسکتا ہے۔
 چنانچہ اسی طریقہ عمل کی پیروی سے جو صفحہ ۱۱۶ پر اختیار کیا گیا

ہے ہمیں حسب ذیل مساوات حاصل ہوگی :

$$\frac{c}{m} + \frac{n}{m} + \frac{n}{m} = \frac{F - c}{m}$$

جہاں m زائد عددہ کا ماسکی طول ہے اور n ، n ، n خطوط F اور C کے لیے انتشاری طاقتیں ہیں۔ اسی طرح اگر خطوط F اور G کے لیے انتشاری طاقتیں s ، s اور s ہوں تو ہمیں حاصل ہوگا :

$$\frac{s}{m} + \frac{s}{m} + \frac{s}{m} = \frac{G - F}{m}$$

(۴۵) اور اگر m ، m اور m اس طرح منتخب کیے جائیں کہ یہ ذیل کی مساواتوں کو پورا کریں۔

$$(۳۶) \dots \dots \dots \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{m} + \frac{1}{m} + \frac{1}{m} = \frac{1}{m} \\ \frac{n}{m} + \frac{n}{m} + \frac{n}{m} = 0 \\ \frac{s}{m} + \frac{s}{m} + \frac{s}{m} = 0 \end{array} \right.$$

تو ظاہر ہے کہ ان تینوں پتے عددوں سے مل کر بنا ہوا مرکب عددہ خطوط C ، F اور G کے لیے غیر یونی ہوگا۔ مساواتوں (۳۶) کی شکل بلاشبہ ایسی ہے کہ ان سے m ، m اور m کے لیے ہمیشہ حقیقی قیمتیں ہی حاصل ہوتی ہیں۔ خیال کو دو رنگوں کے لیے غیر یونی کر لینے کے بعد اس میں جو یونی خطا ہوتی رہ جاتی ہے اس کو اکثر "ٹانوفی ڈیفکٹ" کہتے ہیں۔ اس کی قیمت کو مقام جینائیں بنے ہوئے بعض نئے شیشوں کے استعمال سے قابل لحاظ طور پر گھٹایا جاسکتا ہے لیکن یہ دیکھا گیا کہ یہ شیشے ان کی تیاری میں دقتیں پیش کرنے کے علاوہ زیادہ پائدار نہیں ہوتے۔

لونی ضلالت دو ایسے تیلے عدسوں کی جن کے درمیان ایک محدود فصل ہو: فرض کرو کہ ان دونوں عدسوں کی ماسکی طول m اور m' ہیں اور ان کا درمیانی فاصلہ f ہے۔ تقریباً جیسا کہ صفحہ ۵۵ پر بتایا جا چکا ہے، اس اجتماع کا معادل ماسکی طول ہر ضابطہ ذیل سے حاصل ہوتا ہے:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{m} + \frac{1}{m'}$$

شخص کے ہر محل کے لیے اس نظام کو دو رنگوں کے لیے غیر لونی بنانے کے لیے نہ صرف یہ ضروری ہے کہ ان دونوں رنگوں کے لیے ہر کی قیمت ایک ہی رکھی جائے بلکہ ان دونوں رنگوں کے لیے معادل مستویوں کے محل بھی ایک ہی ہوں۔ یہ ناممکن ہے۔ بلکہ شخص کے ایک واحد محل کے لیے بھی اس نظام کو غیر لونی بنانا ناممکن ہے۔



شکل ۶۳

چنانچہ فرض کرو کہ عدسوں a اور b کی وجہ سے $ط$ کا خیال $ق$ بننا ہے اور $س$ سے وہ درمیانی خیال ہے جو صرف عدسہ a کی وجہ سے بنتا ہے۔ فرض کرو کہ $ط = ب$ ، $س = ب$ اور $ق = ب$ ۔ نیز فرض کرو کہ $ط = ش$ ، $ا = خ$ ، $ب = س$ ، $ش = ا$ اور $ق = خ$ ۔ پتا کریں:

$$\frac{ش}{خ} = \frac{ب}{ب} ، \frac{ش}{خ} = \frac{ب}{ب}$$

اور اس لیے :

$$\frac{\text{خ خ}}{\text{ش ش}} = \frac{\text{بم}}{\text{م}}$$

پس اسی طریقہ سے جو صفحہ ۱۱۷ پر اختیار کیا گیا ہے

$$\frac{m - c}{m} = \frac{f}{m} + \frac{n}{m} + \frac{n}{m} \quad (n + n)$$

اب فرض کرو کہ دونوں عدد سے ایک ہی شیشہ کے بنے ہوئے ہیں اور

یہ کہ $n = n$ - بنا بریں

$$\frac{m - c}{m} = \frac{f}{m} + \frac{n}{m} + \frac{n}{m} \quad (n + n)$$

یعنی اگر $m + m + 2f = 0$ تو اس نظام کا معادل ماسکی طول مستقل رہتا ہے، نہ کی قیمت چاہے کچھ ہی کیوں نہ ہو۔

پس اگر کسی نظام میں ایک ہی شیشہ کے بنے ہوئے دو پتلے عدد سے ہم محور طور پر اس طرح ترتیب دیے ہوئے ہوں کہ ان کا درمیانی فاصلہ عدد $2f$ کے ماسکی طولوں کے مجموعہ کا نصف ہو تو اس نظام کا ماسکی طول نصف دو رنگوں کے لیے بلکہ تمام رنگوں کے لیے ایک ہی ہوتا ہے۔

مثالیں

(۱) نور کی متوازی شعاعیں ایک مقعر کروی آئینہ پر واقع ہیں۔ اس کا

آتش منحنی کھینچو۔

(۲) ایک مقعر کروی آئینہ کا نصف قطر انحناء ۵ سمر ہے۔ اس کے محور پر آئینہ کی

سطح سے ۹۰ سمر پر ایک نقطی شخص واقع ہے۔ ان شعاعوں کے لیے جو آئینہ کی سطح پر محور سے ۲، ۴، ۶ اور ۸ سمر کے فاصلے پر واقع ہوئی ہیں ضلالت محسوب کرو۔

(۳) محدب آئینہ کی صورت میں ابہامی انعکاس کی تحقیق اسی طرح کرو جس

طرح کہ اس پر باب ہذا میں مقعر آئینہ کی صورت میں بحث کی گئی ہے۔

(۴) ایک مقعر آئینہ کا نصف قطر انحناء ۵ سمر ہے اور اس کے کنارے کا قطر

۵ سمر ہے۔ جس سے ۵ سمر کے فاصلہ پر ایک نقطی شخص ایسے سمت میں واقع ہے جو آئینہ کے محور کے ساتھ ۵ سمر کا زاویہ بناتی ہے۔ اسکی خطوط کے محل معلوم کرو اور

ان کے طول (یعنی شکل منہ میں خطوط میں قی اور تفت کے طول) محسوب کرو۔
(۵) انعطاف منامہ والے واسطہ کے اندر ایک نقطہ سے شعاعوں کی ایک
باریکہ پنسل متبع ہوتی ہے، جو اس واسطہ کی مستوی سطح پرائل سمت میں واقع ہو کر
ہو اس میں داخل ہو جاتی ہے۔ ثابت کرو کہ یہ پنسل پہلے واسطہ میں کے دو ماسکی خطوط
سے جو نقطہ انعطاف سے فاصلوں رخ اور رخ پر واقع ہیں، متبع ہوتی نظر آتی ہے
جہاں رخ اور رخ کی قیمتیں حسب ذیل ہیں:

$$\text{رخ} = \frac{\text{ش}}{\text{مہ}} ، \text{رخ} = \frac{\text{ش}}{\text{مہ}} \times \frac{\text{جم}^2 \text{ط}}{\text{مہ جم}^2 \text{ط}}$$

ان جملوں میں ش نقطی شخص کا فاصلہ ہے نقطہ انعطاف سے، مہ زاویہ وقوع ہے،
اور ط زاویہ انعطاف ہے۔

(اس صورت میں دونوں ماسکی خطوط مجازی ہونے میں اس لیے ان کو کسی
پرودہ پر حاصل نہیں کیا جاسکتا۔ لیکن حقیقی خیال حاصل کرنے کی غرض اسے اگر ایک
معدب علسہ سے کام لیا جائے تو ان کا وجود بڑی صفائی سے دکھلایا جاسکتا ہے۔
ان کو حاصل کرنے کا بہترین طریقہ یہ ہوگا کہ شیشہ کی ایک ایسی سٹی لی جائے جیسی کہ
انعطاف پر ابتدائی تجربوں میں استعمال ہوتی ہے یعنی جس کے ابعاد تقریباً $2 \times 2 \times 2$ سم
ہوں، اور اس کے ایک سرے کے قریب ترتیب دی ہوئی کسی دھاتی تختی میں بنے
ہوئے ایک باریک سوراخ سے جس کے مین نیچے ایک برقی لیپ رکھا ہو، نقطی مبداء کا
کام لیا جائے۔ سٹی کو اس طرح ترتیب دیا جاتا ہے کہ اس میں شعاعوں کا راستہ
جہاں تک ہو سکے لا بنا ہو۔ سٹی میں سے باہر آنے کے بعد ان شعاعوں کو ایک معدب
معدبہ کی مدد سے حاصل کر کے ایک پرودہ پر ان کی تمسک کی جاتی ہے۔ یہ خیال ایک
خط مستقیم ہوتا ہے۔ پرودے کو ہٹانے پر ایک دوسرا خط مستقیم ماسکے میں آ جاتا ہے
جو پہلے خط پر عمود وار ہوتا ہے)

(۶) ثابت کرو کہ مساوات (۲۸) مساوات (۲۴) میں تحول ہو جاتی ہے
جبکہ مہ کی بجائے ۱ درج کیا جائے۔ کیا کروی سطح پر کے انعکاس کے تمام
ضابطے اسی تصور کے تحت اخذ کیے جاسکتے ہیں کہ انعکاس اُسی سطح پر کے

انعطاف کی ایک خاص صورت ہے ؟

(۷) دو ایسے شیشوں سے جن کے لیے مواد صفحہ ۱۱۳ پر دیا گیا ہے۔ ہر کے ماسکی طول کا ایک محدب عدسہ بنانا ہے جو خطوط D اور F کے لیے غورنی ہو ترکیبی عدسوں کے ماسکی طول معلوم کرو اور محسوب کرو کہ ان کا اجتماع مروجی طول C اور G کے لیے کس حد تک لونی ہونا ہے۔

(۸) ایک نقطہ سے متحرک ہونے والا نور ایک مستوی سطح پر منعطف ہوتا ہے۔ ثابت کرو کہ اس کا آتشی مخنی ایک قطع زائد کا برہنج (evolute) ہوتا ہے اگر نقطہ کمتر منطری کثافت والے واسطہ میں واقع ہو اور ایک قطع ناقص کا برہنج ہے ہوتا ہے اگر نقطہ زیادہ منطری کثافت والے واسطہ میں واقع ہو۔

(۹) ایک پتے محدب عدسہ کی دونوں سطحوں کے انحنائی نصف قطر ایک ہی ہیں اور یہ عدسہ انعطاف نما ۱۵۲ والے شیشہ کا بنا ہوا ہے۔ اس کی کروئی ضلالت کے لیے ایک جملہ اخذ کرو جبکہ شخص کا فاصلہ عدسے سے ماسکی طول کا دوگنا ہو اور اس کی تصدیق تجربہ سے کرو۔

(۱۰) اس کتاب کے آخر میں متعدد منطری شعشوں کے انعطاف نماؤں کی ایک جدول دی گئی ہے۔ ان میں سے کون دو شعشوں کے عدسوں سے طیف کے C اور G کے درمیانی نقطہ کے لیے بہترین غیر لونی مرکب عدسہ بن سکیگا ؟ جب باقی تمام باتیں وہی رہیں جہاں تک ہو سکے ایسے شیشے استعمال نہ کرنا چاہیے جن سے م کی چھوٹی قیمتیں حاصل ہوتی ہوں اور بنا بریں کروئی ضلالت کے لیے چڑھتے ہوئے مخنی حاصل ہوتے ہوں۔ یہ فرض کرتے ہوئے کہ مرکب عدسہ کا ماسکی طول ۰۰ سم رکھنا مقصود ہے اپنے نتائج کی توضیح اعداد سے کرو۔

پانچواں باب

آئینوں اور عدسوں کے مستقالات تحت

تحت مناظر: عدسوں کے ماسکی طولوں کی تعین کے لیے عمل طبیعت

(۶۵)

میں جس آلہ سے اکثر کام لیا جاتا ہے وہ تحت مناظر ہے۔ مناظری تختوں کو دو جماعتوں میں تقسیم کیا جاسکتا ہے: ایک وہ جس میں ان کے قاعدے اور امتداد کھڑی کے ہوتے ہیں اور دوسرے وہ جس میں ان کے قاعدے اور امتداد دھات کے ہوتے ہیں۔ آخر الذکر نسبتاً بہت زیادہ قیمتی اور عموماً بہت ہی شاندار ہوتے ہیں کیونکہ ان کی ساخت پر صحت اور محنت غیر ضروری طور پر ضائع کی جاتی ہے۔ اگرچہ یہ بعض اغراض کے لیے ناگزیر ہوتے ہیں عام استعمال کے لیے ان کی سفارش نہیں کی جاسکتی۔

شکل ۶۵ میں ساگو ان کی کھڑی کا ایک بہت کارآمد اور سیدھا سادہ تخت اور اس کے استادے دکھلائے گئے ہیں۔ اس تخت کے کنارہ پر استادوں کے محل پڑھنے کے لیے دو میٹر لمبا ایک پیمانہ لگا ہوتا ہے۔ استادہ ایک برقی لیپ کا حامل ہے جس کے سامنے کھڑی کا ایک پردہ ہے اس میں

ایک مستطیلی سُورخ بنا ہوتا ہے جس کے سامنے صلیبی تار تنے ہوئے ہوتے ہیں۔ یہ صلیبی تار شخص کا کام دیتے ہیں اور اس شخص کے لیے ایک ہموار پس منظر مہیا کر دینے کی غرض سے بہتر ہوگا کہ سُورخ اور لیمپ کے درمیان ایک باریک سنا کا تھڑ چسپاں کر دیا جائے۔ استادہ ب آئینہ یا عدسہ کو سہارنے کے لیے ہے، اس کا اوپری حصہ انگریزی حرف V کی شکل کا ہوتا ہے اور اس میں ایک نالی کھدی ہوتی ہے۔ ج، خیال حاصل کرنے کے لیے ایک انتہائی پردہ



شکل ۶۵

ہے جس پر ایک سفید کاغذ کو نقشہ کشی کے پنوں کی مدد سے چڑھا دیا جاتا ہے۔ دہی اسی قسم کا ایک اور پردہ ہے جس میں ایک سُورخ بنا ہوتا ہے، اس کو بھی خیال حاصل کرنے ہی کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔ ایک استادہ ہے جس پر مربع کی شکل کا ایک پیمانہ دار گھسا ہوا شیشہ قائم رہتا ہے۔ ان مختلف استادوں کے محل ان کے قاعدوں پر بنے ہوئے نشانوں کی مدد سے پڑھ لیے جاسکتے ہیں۔ ہو سکتا ہے کہ یہ نشان ٹھیک مقام پر نہ بنے ہوں، اس لیے عدسہ اور صلیبی تاروں کے درمیانی فاصلہ کی خواندگیاں لینے سے پہلے عام طور پر معلوم طول کی ایک سلاح کو صلیبی تاروں اور عدسہ کے درمیان اس طرح رکھ کر کہ اس کا ایک سر صلیبی تاروں کے ساتھ اور دوسرا سر عدسہ کے ساتھ تماش میں رہے، پیمانہ پر پڑھے ہوئے فاصلہ کا مقابلہ سلاح کے معلوم طول کے ساتھ کیا جاتا ہے اگر کوئی فرق ہو تو اس کو ہر خواندگی کے لیے تصحیح کے طور پر استعمال کیا جاتا ہے۔

(۶۹)

مخرب عدسہ کا ماسکی طول : کسی مخرب عدسہ کا ماسکی طول

معلوم کرنے کے لیے اس کو استادہ ب پر بٹھا کر صلیبی تاروں کا خیال پردہ پر حاصل کیا جاتا ہے۔ پھر عدسے سے صلیبی تاروں اور پردہ کے فاصلے ش اور خ ناپ لیے جاتے ہیں اور م کی قیمت مضابطہ

$$\frac{1}{م} = \frac{1}{ش} - \frac{1}{خ}$$

سے محسوب کر لی جاتی ہے۔ اس کے ساتھ ساتھ صلیبی تاروں میں سے کسی ایک کا طول اور اس کے خیال کا طول بھی سرل چاپ کی مدد سے ناپ لیا جاسکتا ہے اور ان سے خطی تکبیر معلوم کر لی جاسکتی ہے۔ ظاہر ہے کہ اس کو $\frac{خ}{ش}$ کے مساوی ہونا چاہیے۔

اس ماسکی طول کے معلوم کرنے کا ایک اور طریقہ یہ ہے کہ عدسہ کو تخت کے وسط میں رکھ کر صلیبی تاروں اور پردہ کو اس سے مساوی فاصلوں پر ترتیب دیا جائے۔ ایسی صورت میں عام طور پر کوئی خیال حاصل نہ ہوگا۔ اب اگر عدسے سے صلیبی تاروں اور پردہ کے فاصلے بتدریج اس طرح بڑھائے یا گھٹائے جائیں کہ ان کی قیمتیں آپس میں ہمیشہ ایک دوسرے کے مساوی رہیں تو ہمیں بالآخر ایسے محل حاصل ہو جائیں گے جن میں پردہ پر ایک واضح خیال بنیگا۔ اس صورت میں ش عدداً مساوی ہوگا خ کے اور ان میں سے ہر ایک مساوی ہوگا م گے۔ اگر صلیبی تاروں اور پردہ کا درمیانی فاصلہ ف ہو تو م عدداً مساوی ہوگا $\frac{ف}{م}$ کے۔

اگر ف عدداً چھوٹا ہو م سے تو کوئی حقیقی خیال نہ بنیگا۔ اگر ف عدداً بڑا ہو م سے تو صلیبی تاروں اور پردہ کے ہر ایک محل کے مائل عدسے کے لیے دو محل ایسے معلوم کیے جاسکتے ہیں جن میں وہ ایک حقیقی خیال

بناتا ہے۔ یہ بات ضابطوں کی نوعیت سے صاف ظاہر ہے کیونکہ ان کو حسابی طور پر حسب ذیل شکل میں لکھا جاسکتا ہے:

$$\frac{1}{م} = \frac{1}{ش} + \frac{1}{خ} ، ش + خ = ف$$

اور ان کی شکل میں، ش کی بجائے خ اور خ کی بجائے ش لکھنے سے کوئی فرق نہیں آتا۔ مثلاً اگر ابتداً ش = ۱۰ سمر اور خ = ۱۵ سمر ہو اور اگر صلیبی تاروں کو اپنی جگہ قائم رکھ کر عدسہ کو اور ۵ سمر آگے بڑھایا جائے تو ش، ۱۵ سمر اور خ، ۱۰ سمر ہو جائیگا اور اس صورت میں بھی پرودہ پر خیال مکرر بنیگا۔ ایک صورت میں تکبیر دوسری صورت میں تکبیر کی مخلوبہ ہوتی ہے۔

اگر عدسے کے دونوں محلوں کا درمیانی فاصلہ ۱۰ ہو تو $و = خ - ش$ لیکن $ف = خ + ش$ ، اس لیے $۲ خ = ف + و$ اور $۲ ش = ف - و$ بنا بریں

$$\frac{۲}{ف-و} = \frac{۲}{ف+و} + \frac{۲}{ف-و} = \frac{۱}{ش} + \frac{۱}{خ} = \frac{۱}{م}$$

$$یا \quad م = \frac{ف-و}{۲}$$

پس اگر ف اور و ناپ لیے جائیں تو م محسوب کر لیا جاسکتا ہے۔ یہ طریقہ دوسرے محل کا طریقہ کہلاتا ہے۔

ایک چوتھا طریقہ محض یہ ہے کہ عدسے سے ایک یمپ کے خیال کا فاصلہ ناپ لیا جائے جب کہ یہ یمپ عدسہ کے ماسکی طول کے مقابل میں ایک بہت بڑے فاصلہ پر واقع ہو۔

مقرر عدسہ کا ماسکی طول: اگر شخص حقیقی ہو تو مقرر عدسہ (۰)

کی وجہ سے بننے والا خیال ہمیشہ مجازی ہوتا ہے، اور اگر خیال حقیقی ہو تو اس کا شخص ہمیشہ مجازی ہوتا ہے۔ بنا بریں کسی مقرر عدسہ کا ماسکی طول صرف اسی کو

تحت مناظر پر قائم کر کے کبھی نہیں معلوم کیا جاسکتا، اس کے لیے ایک امدادی محدب عدسہ سے کام لینا پڑتا ہے۔

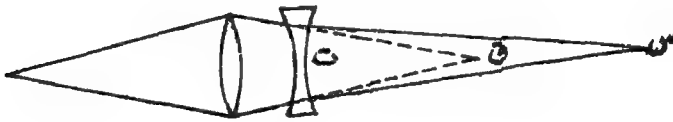
مقعر عدسہ کے ماسکی طول کی تعین کے دو آسان طریقے ہیں۔ پہلے طریقہ کے لیے یہ ضروری ہوتا ہے کہ امدادی محدب عدسہ زیادہ طاقتور ہو یعنی یہ کہ اس کا ماسکی طول مقعر عدسہ کے ماسکی طول سے چھوٹا ہو۔ دوسرے طریقہ کے لیے کوئی بھی محدب عدسہ کام دے سکتا ہے۔

پہلے طریقہ میں مقعر عدسہ اور امدادی محدب عدسہ دونوں کو ایک تجربی تماس کے ساتھ استادہ ب پر چڑھایا جاتا ہے۔ چونکہ یہ اجتماع ایک محدب عدسہ کی طرح عمل کرتا ہے اس لیے اس کا ماسکی طول ہر حسب معمول دریافت کر لیا جاتا ہے۔ اس کے بعد صرف محدب عدسہ کا ماسکی طول م ملکہ معلوم کر لیا جاتا ہے۔ پس مقعر عدسہ کا ماسکی طول م ذیل کے جبری ضابطہ سے حاصل ہوتا ہے :

$$\frac{1}{m} + \frac{1}{m} = \frac{1}{m}$$

م کی علامت ہر اور م کی علامت سے مختلف ہو جاتی ہے۔

دوسرے طریقہ میں، پہلے صرف محدب عدسہ کو استعمال کر کے صلیبی تاروں کا خیال ق پر وہ پر حاصل کیا جاتا ہے۔ اس کے بعد مقعر عدسہ کو ب جیسے ایک مماثل استادہ پر بٹھا کر محدب عدسہ اور پ دہ کے درمیان فاصلہ رکھ دیا جاتا ہے



شکل ۶۶

اس میں سے گزرنے کے بعد شعاعیں کم مستحق ہو جاتی ہیں اور خیال کو مکرر ماسکہ میں لے آنے کے لیے پروہ کو م تک ہٹانا پڑتا ہے۔ پس ماسکی طول کی قیمت

ذیل کے جبری ضابطہ سے دریافت کی جاسکتی ہے

$$\frac{1}{م} = \frac{1}{خ} - \frac{1}{ش}$$

جہاں ت س = خ اور ت ق = ش
اس صورت میں شخص مجازی ہے اور خیال حقیقی۔

مقعر آئینہ کا ماسکی طول : مقعر آئینہ کا ماسکی طول ضابطہ ذیل

سے تعبیر ہوتا ہے

$$\frac{1}{م} = \frac{2}{ص} = \frac{1}{ش} + \frac{1}{خ}$$

پس کرویہت پیمائی مدد سے ص کی قیمت معلوم کر کے اس کو ۲ سے تقسیم کر دینے پر م کی قیمت حاصل ہو جاتی ہے۔

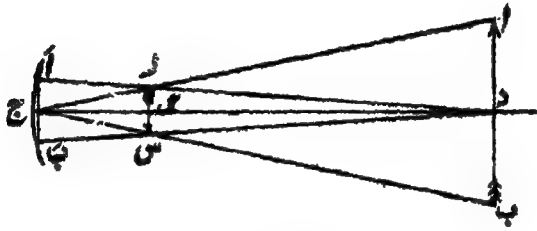
اس کی قیمت تخت مناظر پر معلوم کرنے کے لیے سوراخ دار پردہ د استعمال کیا جاتا ہے۔ اس پردہ کو آئینہ اور صلیبی تاروں کے درمیان رکھ دیتے ہیں۔ صلیبی تاروں سے آنے والی شعاعیں پردے میں بنے ہوئے سوراخ میں سے گزر کر آئینہ پر واقع ہوتی ہیں اور اس سے منعکس ہو کر پردہ پر خیال پیدا کرتی ہیں۔ آئینہ کو ذرا سا بازو گھما دیا جاتا ہے ورنہ خیال خود سوراخ پر واقع ہوگا۔ (۷۱) پس اگر ش اور خ ناپ لیے جائیں تو م کی قیمت محسوب کر لی جاسکتی ہے۔ اگر لمب کو بہت ہی دور ہٹا دیا جائے تو خ صریحاً م کے مساوی ہو جاتا ہے۔

ایک اور طریقہ حسب ذیل ہے۔ استادہ د کے مستطیلی سوراخ میں جہاں تک ہو سکے پردہ ہی کے مستوی میں ایک پن لگا دی جاتی ہے اور استادہ کو اس کے پیچھے ترتیب دیا جاتا ہے۔ پس اگر اس پن کا خیال پردہ ہی پر حاصل ہو تو ش = خ = ص اور م پردہ اور آئینہ کے درمیانی فاصلہ کا نصف ہوتا ہے۔

کسی کروی آئینہ کا ماسکی طول : کسی مقعر کروی آئینہ کا

ماسکی طول یا نصف قطر انحناء حسب ذیل طریقہ سے بھی معلوم کیا جاسکتا ہے۔ یہ طریقہ اس لیے خاص طور پر دلچسپ ہے کہ یہ سابقہ دفعہ کے طریقوں کے برخلاف محذب کروی آئینہ کی صورت میں بھی اختیار کیا جاسکتا ہے۔

تقریباً ۵ سمر طول والے کاغذ کے ایک پیمانے کو لکڑی کی پٹی پر چبکا کر مقعر آئینہ کے سامنے دو یا تین میٹر کے فاصلہ پر افقی وضع میں اس طرح قائم کیا جاتا ہے کہ میز سے اس کی اور آئینہ کی بلندی ایک ہی رہے۔ اس پیمانے پر



شکل ۶۷

دھات کی دو پٹیاں ۱ اور ۲ سرکائی جاسکتی ہیں (شکل ۶۷)۔ ۱ ب یعنی ان پٹیوں کے درمیانی فاصلے کا خیال نگ پر حاصل کیا جاتا ہے اور اگر یہ خیال دس ہو تو نقاط ج، د، ۱ اور ج، س، ب ہم خط ہوتے ہیں کیونکہ شخص اور خیال کے طول آئینے سے ان کے فاصلوں کی نسبت میں ہوتے ہیں۔ ایک دور بین اس طرح رکھی جاتی ہے کہ اس کا دمانہ ۱ ب کے مرکز د پر رہے، پھر اس کی تمسک دس پر کی جاتی ہے۔ آئینہ کے سامنے اور اس کے ساتھ تناس میں ایک چھوٹا سا پیمانہ ہوتا ہے آئینہ کو اس طرح جھکا دیا جاتا ہے کہ دور بین میں سے دیکھنے پر خیال دس اس پیمانے کے کنارے کے متوازی اور اس کو مس کرتا ہوا دکھائی دے۔ پھر دھات کی پٹیوں کا درمیانی فاصلہ اس طرح

ترتیب دیا جاتا ہے کہ خیال و میں اس پیمانے کے نشانوں کی ایک صحیح تعداد پر
مثلاً ل سمر پر منطبق نظر آئے۔ فرض کرو کہ آئینہ کا نصف قطر انخا = ص ،
ا ب = ط اور ج د = ف ، چنانچہ :

$$\frac{ل ف}{ط + ل} = ص$$

اگر آئینہ محدب ہو تو :

$$\frac{ل ف}{ط - ل} = ص$$

یہ ایک محدب آئینہ کے نصف قطر انخا کی تعین کے تمام طریقوں میں سب سے
زیادہ آسان طریقہ ہے۔ یہ امر واضح رہے کہ چھوٹا پیمانہ اور بڑے پیمانے کا خیال
(۴۲) دونوں بیک وقت ماسکے میں ہونے چاہئیں ، چنانچہ ف بمقابلہ ص کے بہت
بڑا ہونا چاہیے۔

منقعر آئینہ کی صورت میں ضابطہ بالا کو ثابت کرنے کے لیے فرض کرو کہ
ج گ = خ ، ل صریحاً ا ب کے مساوی ہے۔ چنانچہ مشابہ مثلثوں کی
رو سے :

$$\frac{ط}{ل} = \frac{ط}{ر س} \cdot \frac{ف}{خ} = \frac{ف - خ}{ف} \cdot \frac{ف}{خ} = ۱ - \frac{ف}{خ} \dots (۳۸)$$

لیکن

$$\frac{۲}{ص} = \frac{۱}{خ} + \frac{۱}{ف}$$

اس لیے : $\frac{۲}{ص} = \frac{ف}{خ} + ۱ \dots \dots \dots (۳۹)$

پس مساواتوں (۳۸) اور (۳۹) میں $\frac{ف}{خ}$ کو ساقط کر دینے سے ہمیں حاصل
ہوگا :

$$\frac{f}{v} = \frac{p}{l} + 1$$

$$\frac{f}{v} = \frac{p}{l} + 1$$

یا

جو مطلوبہ مشتق ہے۔

اسطوانی عدسے : فرض کرو کہ شیشے کے ایک پتلے سے ٹکڑے کی

سطحیں ایسے اسطوانے ہیں جن کے محاور متوازی ہیں۔ شیشے کے ایسے ٹکڑے کو اسطوانی عدسہ کہتے ہیں۔

اگر اس کی ایک تراش ایک ایسے مستوی سے حاصل کی جائے جو دونوں محوروں پر عمود وار ہو تو اس تراش کی شکل کروڑی سطحوں والے ایک عدسہ کی تراش کے مشابہ ہوگی۔ بنا بریں اس مستوی میں کسی نقطہ سے نسیج ہونے والی شعاعوں کی کوئی پنسل عدسہ کی وجہ سے ماسکد میں آجائیگی۔ برخلاف اس کے اگر ایک تراش ایک ایسے مستوی سے لی جائے جو محوروں کے متوازی ہو تو یہ تراش متوازی پہلوؤں والی ایک پتی سی تختی کی تراش کے مشابہ ہوگی اس لیے اس مستوی میں واقع ہونے والی شعاعوں کی پنسل عدسہ کی وجہ سے غیر متاثر رہیگی۔

پس ایک اسطوانی عدسہ صرف ایسے خطوط کے خیال بنانا ہے جو اس کی سطحوں کے محوروں کے متوازی ہوں۔ اگر ایسے ایک عدسہ کو تخت مناظر پر اس طرح قائم کیا جائے کہ اس کی سطحوں کے محاور میلجی تاروں میں سے ایک کے متوازی رہیں تو یہ عدسہ اس خاص تار کا تو واضح خیال بنائیگا لیکن دوسرے تار کا کوئی خیال نہ بنائیگا۔ جہاں تک کہ اس دوسرے تار کا تعلق ہے یہ عدسہ محض ایک مستوی متوازی تختی کی طرح عمل کریگا۔

پس اس تحدید کے ساتھ اسطوانی عدسوں اور آئینوں کے ماسکی ٹول تخت مناظر پر اسی طرح معلوم کیے جاسکتے ہیں جس طرح کہ کروڑی عدسوں اور

آئینوں کے ماسکی طول -

ماسکی طولوں کی تعیین کے لئے تکبیری طریقے : محدب

عدسوں کے ماسکی طولوں کی تعیین کے جو طریقے اب تک بیان ہو چکے ہیں وہ صرف پتلے عدسوں کے لیے موزوں ہیں۔ حسب ذیل تین طریقے موٹے عدسوں یا عدسوی نظاموں کے لیے بھی موزوں ہیں۔

(۱) تخت مناظر پر شخص کا ایک خیال حاصل کرو۔ فرض کرو کہ اس کی تکبیرت ہے شخص اور خیال کے پردوں کو قائم رکھ کر عدسہ کو بقدر فاصلہ ف کے اتنا ہٹاؤ کہ ایک واضح خیال مکرر حاصل ہو جائے۔ فرض کرو کہ اس صورت میں تکبیرت ہے۔ تب

$$۴۳) \quad m = \frac{f}{t - t'}$$

(۲) ایچے کا طریقہ۔ پہلی تکبیرت کو اکائی کے مساوی یا اس سے کم رکھو۔ عدسہ کو اپنی جگہ قائم رکھ کر خیال کے پردہ کو عدسہ سے بقدر فاصلہ ف دور ہٹاؤ اور شخص کو اتنی حرکت دو کہ اس کی تمسک پردہ پر مکرر ہو جائے فرض کرو کہ دوسری صورت میں تکبیرت ہے۔ تب

$$m = \frac{f}{t - t'}$$

(۳) یہ طریقہ بھی طریقہ بالا (۲) ہی کے مشابہ ہے، البتہ اس صورت میں ف شخص کو ہٹایا ہوا فاصلہ ہے۔ تب

$$m = \frac{f}{\frac{1}{t} - \frac{1}{t'}}$$

ان تجربوں کو صفحہ ۱۳۵ پر دکھائے ہوئے تحت مناظر پر ابجاہ دینے کے لیے ایک سفید کاغذی پیمانے کے دو متنبہ ملی لوح عکاسی کی مدد سے بنائے گئے تھے، لیکن ان کو فریم کرتے وقت معمولی پتلے شیشہ کی بجائے گھسے ہوئے شیشہ کی کٹاوت استعمال کیے گئے تھے اور ان کے گھسے ہوئے رخوں کو عکاسی کی فلم کے بغیر رکھا گیا تھا۔ اس طرح تیار کیے ہوئے ۱۰ ونوں پہلے بلا شیشہ ایک دوسرے سے بالکل مشابہ تھے۔ ان میں ایک کو استاد در پر قائم کر کے شخص کے طور پر استعمال کیا گیا تھا۔ اس کے پیچھے ایک لمبپ ۱ رٹھ کر اس کو منور کیا گیا تھا اور لمبپ کو اس طرح گھما دیا گیا تھا کہ اس کے سامنے کا انتصابی پردہ درمیان میں مائل نہ ہو جائے۔ دوسرے پیمانے کو اسی قسم کے ایک استاد در پر قائم کر کے خیال کے پردہ کے طور پر استعمال کیا گیا تھا۔ پھر پہلے پیمانے کے نیچے کو دوسرے پیمانے پر در ل کر کے یہ معلوم کر لیا گیا کہ پہلے پیمانے کے کتنے نشان دوسرے پیمانے کے ہمارے طول پر منطبق ہوتے ہیں۔ پس اس سے تکبیر کی قیمت معلوم ہو گئی۔

ان طریقوں کی ایک خاص خوبی یہ ہے کہ ان میں جس طول فن کی پیمائش مطلوب ہوتی ہے وہ ہر صورت میں دو استادوں کا و بیانی فاصلہ نہیں بلکہ ایک ہی استاد کے ہٹاؤ کا فاصلہ ہوتا ہے جس کی پیمائش بہت زیادہ صحت کے ساتھ ہو سکتی ہے۔

اوپر کے تینوں صابطوں کو ثابت کرنے کے لیے فرض کرو کہ ہر صورت میں ششہ اور خیال کے فاصلے اپنے اپنے صدر مستویوں سے، ہٹاؤ سے پہلے اور بعد میں، اور ہٹاؤ سے بعد میں، ترتیب ہر صورت میں ہیں حاصل ہوگا

$$\begin{aligned} \frac{1}{\text{خ}} - \frac{1}{\text{ش}} &= \frac{1}{\text{م}} & \frac{1}{\text{ش}} - \frac{1}{\text{خ}} &= \frac{1}{\text{م}} \\ \frac{1}{\text{ت}} &= \frac{\text{خ}}{\text{ش}} & \frac{1}{\text{ت}} &= \frac{\text{ش}}{\text{خ}} \end{aligned}$$

پہلی اور دوسری صورتوں میں ہیں حاصل ہوگا

$$ن = رخ - رخ = م (۱ - ت) - م (۱ - ت) = م (ت - ت)$$

$$م = \frac{ن}{ت - ت}$$

تیسری صورت یہ ہے:

$$ن = ش - ش = م (۱ - \frac{۱}{ت}) - م (۱ - \frac{۱}{ت}) = م (\frac{۱}{ت} - \frac{۱}{ت})$$

$$م = \frac{ن}{\frac{۱}{ت} - \frac{۱}{ت}}$$

(۳) عقدی سرک والا آلہ : عدسوں کے کسی نظام کے

ماسکی مستوی باسانی اس طرح معلوم کر لیے جاسکتے ہیں کہ پہلے اس کی ایک جانب سے بھی اس کی دوسری جانب سے متوازی شعاعوں کو واقع ہونے کا موقع دیا جائے۔ ہر دو صورتوں میں خیال کے محل کا مشاہدہ کر لیا جائے۔ جب اس طرف سے عدسہ دیکھیں تو ماسکی مستویوں سے صد مستویوں اور عقدی نقطوں کے ساتھ ساتھ ان کے محل معلوم کر لیے جاسکتے ہیں لیکن عقدی نقطوں کی اس تعیین کا بھی ایک اچھا طریقہ ہے۔

متعلقہ کو یاد ہوگا کہ عقدی نقطوں کی خاصیت یہ بتائی گئی تھی کہ اگر نور کی کوئی شعاع ایک عقدی نقطہ میں سے گزرے تو اس کی مزدوج شعاع دوسرے عقدی نقطہ میں سے گزرتی ہے اور واقعہ شعاع کے متوازی ہوتی ہے۔ اب فرض کرو کہ متوازی شعاعیں اس نظام پر خطہ شخص میں واقع ہو رہی ہیں اور یہ کہ یہ نظام چول دار ہوتا ہے تاکہ یہ خطہ خیال کے عقدی نقطہ میں سے گزرنے والے ایک انتہائی محور کے گرد گردش کر سکے۔ اس گردش کے دوران میں خطہ شخص کا عقدی نقطہ ایک چھوٹی سی قوس مرتسم کرتا ہے اور اس میں سے

یکے بعد دیگرے مختلف شعاعیں گزرتی جاتی ہیں۔ لیکن واقع شعاعیں سب کی سب باہم متوازی ہیں اور اس لیے خطہ شخص کے عقدی نقطہ میں سے گزرنے والی شعاع کی سمت ہمیشہ ایک ہی رہتی ہے۔ بنا بریں خطہ خیال کے عقدی نقطہ میں سے گزرنے والی شعاع کی سمت ہمیشہ ایک ہی رہتی ہے اور اگر خیال کو ایک پردہ پر حاصل کیا جائے تو یہ خیال نظام کو گھمانے پر ساکن رہتا ہے۔ اس پردہ اور گردشی محور کا درمیانی فاصلہ صریحاً نظام کے ماسکی طول کو تعبیر کرتا ہے۔ اس طریقہ کو عملی صورت دینے کے لیے عدسوی نظام کو ایک استادہ پر قائم کیا جاتا ہے جس کو ایک گردشی میز پر رکھ دیتے ہیں۔ اس میز کے ایک بازو استادہ کا محل پڑھنے کے لیے ایک پیمانہ لگا ہوتا ہے۔ یہ آلہ عقدی سرک والا آلہ کہلاتا ہے۔ استادہ کو پیمانے کے مختلف مقامات پر ترتیب دے کر ہر ایک ترتیب کے جواب میں گردشی میز کو گھمایا جاتا ہے۔ تا وقتیکہ گردش کا محور خطہ خیال کے عقدی نقطہ میں سے نہ گزرے خیال پر حرکت کرتا جاتا ہے۔ ٹھیک محل سے آگے بڑھ جانے پر خیال کی حرکت کی سمت ٹٹ جاتی ہے۔

ماسکی طول کی تعیین کا زیادہ صحیح طریقہ : عمل طبیعیات

میں ماسکی طول عام طور پر عددی نتائج کے خاطر معلوم نہیں کیے جاتے بلکہ طلباء کو علم مناظر کے اصول سمجھانے کی غرض سے۔ جن عدسوں کے ماسکی طولوں کی پیمائش کی جاتی ہے وہ عام طور پر عینک کے عدسے ہوتے ہیں اور ان کے ماسکی طول ۲۰ یا ۳۰ سم ہوتے ہیں، کیونکہ ایسے عدسے دو میٹر طول والے تخت مناظر کے لیے بہت موزوں ہوتے ہیں۔ محدب عدسے کے لیے صفحہ ۱۲۵ پر جو طریقہ بیان کیے گئے ہیں ان کے واحد نتائج سے ایسے عدسوں کے ماسکی طول قریب ترین ملی میٹر کی صحت تک حاصل ہوتے ہیں لیکن صفحہ ۱۳۵ پر بیان کیے ہوئے تکبیری طریقوں سے اس قدر صحیح نتائج حاصل نہیں ہوتے۔ اگر اس سے زیادہ صحت کی واقعی ضرورت ہو یا اگر ایک ایسا طریقہ مطلوب ہو جس سے مثلاً ایک دوربین کے چشمہ کا معادل ماسکی طول بھی معلوم کیا جاسکے تو

بگ کے عدسوں امتحان کے تحت جیسے کسی حساس آلے سے کام لیا جاسکتا ہے۔ بہر حال یہ بتا دینا ضروری ہے کہ کسر بیانی خوردبین کی مدد سے جو تقریباً ہر محل میں پائی جاتی ہے ماسکی طووں کی ایسی قیمتیں حاصل کی جاسکتی ہیں جو کسی اور طریقہ سے حاصل شدہ قیمتوں کے ساتھ بخوبی قابل مقابلہ ہوتی ہیں۔

اس طرز میں دور پر کے کسی شخص کے برائی خیال کی پیمائش کی جاتی ہے۔ عکس ان کے عدسوں کے لیے میں نے ۱۱ اینٹر کے فاصلہ پر رکھے ہوئے تھے۔ ہر عکس ایک انٹنی پیمانے کے شخص کا کام لیا۔ اس کو ایک برقی لیمپ سے بلکہ ۱۰ م کی روشنی سے منور کیا گیا تھا۔ خوردبینی دہانوں کے لیے یہ فاصلہ نسبتاً (۴۵) بہت کم ہوتا تھا۔ یہ کسر بیانی خوردبین میں انٹنی اور انقباضی دونوں حرکتیں ہونی چاہئیں۔ عدسہ اگر اس کے سامنے ایک استادہ پر قائم کر کے خیال کا طول ناپ لیا جاتا ہے۔ اگر اس کی تکبیرت اور شخص کا فاصلہ خیال سے ف ہو اور اگر ش اور خ کی محض حسابی قیمتوں کا لحاظ کیا جائے تو:

$$ت = \frac{خ}{ش} ، ف = ش + خ = ش (۱ + ت)$$

$$اور \quad م = \frac{ش + خ}{ش} = \frac{ت ش}{ش (۱ + ت)} = \frac{ت}{۱ + ت}$$

اس میں ت عام طور پر ۱۰ تا ۲۰ ہوتا ہے کہ نسب نما کو اس کے مساوی سمجھا جاسکتا ہے۔

اس طریقہ کی ایک خوبی یہ ہے کہ اس میں پیمائش کی فی صدی خطا شخص اور خیال کے طووں کے لیے اور فاصلہ ف کے لیے ایک ہی ہوتی ہے۔ اب تکبیرتوں کے حسابی فاصلہ کو نظر انداز کیا گیا ہے لیکن م کی پہلی قیمت سے اس کی تخمین ہو سکتی ہے۔ اس کے لیے ہوائی خیال سے فاصلہ م ناپ کر عدسہ کے ڈھانچے پر ایک نشان کر لیا جاتا ہے پھر عدسہ کو

پلٹ کر اسی عمل کو دہراتے ہیں یہ دونوں نشان صدر مستویوں کے محلوں کو تعبیر کرتے ہیں کیونکہ ف بہت ہی بڑا ہے۔ اس فاصلہ کو ف میں سے تفریق کر کے زیادہ صحیح نتیجہ محسوب کر لیا جاسکتا ہے۔ ف اتنا بڑا ہوتا ہے کہ اس کے بہت زیادہ صحت کے ساتھ جاننے کی ضرورت نہیں پڑتی۔

اس طریقہ کا اطلاق طویل ماسکی طول والے عکسوں پر بھی ہو سکتا ہے۔ اس کے لیے دو بعید شخصوں کو تے کر آدھ سڈس کی مدد سے ان کے درمیانی راز کا کی پیمائش کرنی جاتی ہے۔ چنانچہ اگر خیال کا طول ۱. اور زاویہ ۲۰ ہو تو م مساوی ہوگا محض $\frac{1}{2}$ م س کے۔

عدسہ کی ضلالتوں کی تحقیق: کسی عدسی نظام کی وجہ

سے بننے والے خیال اور شخص کے محلوں کے درمیان ربط دکھانے والے ضابطہ کو اخذ کرتے وقت یہ مان لیا گیا تھا کہ ہر ایک شعاع محور کے ساتھ ایک ایسا چھوٹا زاویہ بناتی ہے کہ اس کے جیب کو اس کے مساوی اور اس کے جیب تمام کو کافی کے مساوی رکھا جاسکتا ہے لیکن اگر ان زاویوں کے جیب اور جیب تمام کے پھیلاؤں میں دوسری رقموں کا بھی لحاظ کیا جائے تو ہم اس نظام میں سے شعاعوں کے گزر پر ایک عام نقطہ نظر سے غور کر سکتے ہیں۔ چنانچہ اس تحقیق سے پایا جاتا ہے کہ اگر شخص ایک نقطہ ہو تو خطہ خیال میں شعاعیں ایک نقطہ کی جانب نہیں بلکہ ایک چھوٹے سے رقبہ کی جانب مستقیم ہوتی ہیں۔ اگر محور کے ساتھ بننے والے زاویے اتنے بڑے ہوں کہ ان کے جیب اور جیب تمام کے پھیلاؤں میں صرف دو رقموں کا لیت کافی تقرب نہ ہو تو ایسی صورت کی تحقیق کا کوئی عمدہ طریقہ نہیں ہے۔ اس صورت میں خطہ خیال میں شعاعوں کے راستے علم مثلث کے طول طویل حسابات سے معلوم کرنے پڑتے ہیں۔

اگر شعاعیں محور کے ساتھ چھوٹے زاویے نہ بنائیں تو خیال نسخ ہوتا

ہے یا اس میں نقایص پائے جاتے ہیں۔ بعض خاص صورتوں میں یہ نقایص امتیازی شکلیں اختیار کرتی ہیں۔ مثلاً کروی ضلالت، کوٹما، ابہامیت، سطح کا انحن، مسخ۔ جن میں سے ہر ایک ریاضیاتی نظریہ کے ایک خاص مستقل پر منحصر ہوتا ہے۔ پس عام نظریہ میں یوں سمجھا جاسکتا ہے کہ یہ پانچوں نقایص باہم غیر تابع طریقہ پر اور ایک متغیر حد تک پائے جاسکتے ہیں۔ یہ اس نظام کے لیے شخص کے ایک متعین محل کے لیے ایک اختصاصی حیثیت رکھتے ہیں۔ ان میں سے کسی ایک نقص کے لیے اس کے متناظر مستقل کی قیمت کو صفر کے مساوی بنا کر نظام کی تصحیح کر لی جاسکتی ہے اور ان میں سے ہر ایک کے لیے نظام کا علاوہ علاوہ امتحان کر کے اس کے خیال بنانے والے خواص کی تحقیق کی جاسکتی ہے۔ لیکن یہ بیان کر دینا ضروری ہے کہ فی زمانہ ان نقایص کی جانچ یا قدری پیمائش کے کوئی عام مستند طریقہ نہیں ہیں۔

بلاشبہ مذکورہ بالا نقایص کے علاوہ عدسوں کی سطحیں صحیح نہ ہونے کی وجہ سے ان کے مختلف اجزاء کے مرکز ایک سیدھ میں نہ ہونے کی وجہ سے بھی، دیگر نقایص پائے جاسکتے ہیں۔ ان کے سوا لونی ضلالت بھی ہے۔ چونکہ ایک کے لحاظ سے خوبی اکثر اوقات کسی دوسرے کے لحاظ سے خامی پیدا کر کے حاصل کی جاسکتی ہے اس لیے عدسوں کا امتحان صریحاً ان خاص حالات کے تحت کرنا پڑتا ہے جس میں کہ یہ استعمال ہونے والے ہوں اور ان نقایص کے لیے جو ان خاص حالات میں اہم ہوں۔

عدسوں کی ضلالتوں کی صحیح پیمائش کے لیے بگ کے تحت امتحان جیسا آگہ ناگزیر ہوتا ہے۔ بہر حال ذیل میں دو آسان طریقے بیان کیے جاتے ہیں جو ضلالتیں بڑی ہونے کی صورت میں کچھ حد تک مفید ثابت ہو سکتے ہیں۔ پہلے طریقے میں ایک ایسے کسر پیمائی خوردبین کی ضرورت پڑتی ہے جس کو اس کے طول کی سمت میں آگے کی طرف دت پیٹی کی مدد سے سرکایا جاسکتا ہو۔ اگر اس کے طول کے علی القوایم انتضابی حرکت اور افقی حرکت کا بھی انتظام ہو تو بڑی سہولت ہوگی لیکن یہ ناگزیر نہیں ہیں۔ الومینیم کے

ایک پتلے پترے میں بنے ہوئے ایک قطر کے ایک دائری سُورخ سے مبداء کا کام لیا جاتا ہے۔ اس کو خرد بین سے تقریباً ۱۲ میٹر کے فاصلہ پر ایک لیمپ کے سامنے قائم کر دیا جاتا ہے۔ زیر امتحان عدسہ اس متور سُورخ کا ایک ہوائی خیال بناتا ہے جس کا مشاہدہ خرد بین کی مدد سے کیا جاتا ہے۔

لونی ضلالت کی پیمائش کے لیے سُورخ کے پیچھے شیشہ کا ایک ٹکڑا رکھ کر خیال کی تسکیر کر لی جاتی ہے۔ پھر اسی سُورخ شیشہ کو ہٹا کر اس کی بجائے ایک سبز شیشے کے ٹکڑے کو نیلگوں شیشہ کے ٹکڑے کے ساتھ ملا کر رکھ دیا جاتا ہے جس سے تقریباً ایک لونی سبز روشنی حاصل ہوتی ہے۔ خرد بین کو آگے سرکا کر خیال کی مکرر تسکیر کر لی جاتی ہے۔ ان دونوں خیالوں کے درمیانی فاصلہ l کو عدسے کے ماسکی طول پر تقسیم کرنے سے لونی ضلالت کی تقریبی قیمت حاصل ہو جاتی ہے۔

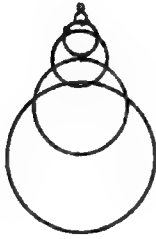
کڑوی ضلالت کی پیمائش کے لیے دو سُورخوں والے ایک پردہ سے کام لیا جاتا ہے۔ ایک سُورخ میں سے عدسے کے مرکز سے گزرنے والی شعاعیں گزر جاتی ہیں اور دوسرے سُورخ میں سے عدسے کے حاشی منطبقہ میں سے گزرنے والی شعاعیں گزر جاتی ہیں۔ یہ روک عدسے کے سامنے کیے بعد دیگرے رکھے جاتے ہیں۔ اگر ان دونوں صورتوں میں خیالوں کا درمیانی فاصلہ l ہو اور حاشی منطبقہ کے اوسط قطر کے محاذی خیال پر بننے والے زاویہ کا نصف $\frac{\theta}{2}$ ہو تو جملہ $\frac{l}{m \theta}$ کو کڑوی ضلالت کی قدر مان لیا جاسکتا ہے کیونکہ تصحیح نہ کیے ہوئے ایک عدسے کے لیے ان خیالوں کا درمیانی فاصلہ l کے متناسب ہوتا ہے۔

ابہامیت کی پیمائش کے لیے عدسہ کو اس طرح رکھا جاتا ہے کہ اس کا محور خرد بین اور مبداء کو ملانے والے خط کے ساتھ تقریباً ۹۰° کا ایک زاویہ طہ بنائے۔ چنانچہ اس صورت میں ایک نقطی خیال کی بجائے دو علی التوا ایم خطی خیال دکھائی دیتے ہیں جن کے درمیان خرد بین کے محور کی سمت میں

ایک فاصلہ پایا جاتا ہے۔ البتہ ان پر دیگر نقالیں کی وجہ سے پردہ پڑ سکتا ہے۔ ان خطی خیالوں کا درمیانی فاصلہ طہ کی چھوٹی قیمتوں کے لیے طہ ۲ کے

متناسب ہونا چاہیے۔ پس ابہامیت کی تقریبی پیمائش $\frac{ل}{م طہ ۲}$ سے ہو سکتی ہے۔ (۷۷)

اگر کسی عدسہ کی مدد سے ایک ایسے نقطئی مبداء کا خیال حاصل کیا جائے جو اس کے محور پر واقع نہ ہو تو عدسہ کے مرکزی منطقہ کی وجہ سے تو ایک نقطئی خیال بنیگا لیکن دیگر منطقوں کی وجہ سے حلقئی خیال بن سکتے ہیں جن کے قطر عدسہ کے مرکز سے منطقہ کے فاصلہ کے ساتھ ساتھ بڑھتے جاتے ہیں۔ یہ صورت اُس وقت بھی پیدا ہو سکتی ہے جبکہ عدسہ کی تصحیح کروی ضلالت کے لیے کر لی گئی ہو۔ یہ حلقے ہم مرکز نہیں بلکہ شکل ۶۸ کے مطابق ہوتے ہیں اور ہر حلقہ کا نصف قطر نقطئی خیال سے اس کے مرکز کے فاصلہ کا نصف ہوتا ہے۔

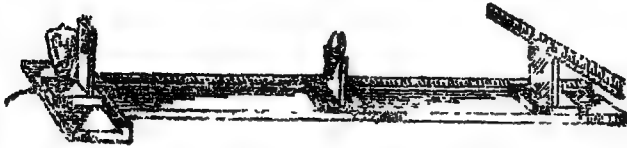


شکل ۶۸۔

بنابریں روشنی کا بیضوی شکل کا ایک دھبہ حاصل ہوتا ہے جس کا تنگ سرادو سرے سرے سے بہت زیادہ پتور ہوتا ہے۔ اس نقص کو گویا کہتے ہیں اور یہ نقص اُس وقت غائب ہو جاتا ہے جبکہ عدسہ کا نظام جیسی شرط کی مطابقت کرے۔

عینک کے عدسہ کی وجہ سے بننے والے خیال کے انحناء اور مسخ کی پیمائش شکل ۶۹ میں دکھلائے ہوئے آدہ کی مدد سے بخوبی کی جاسکتی ہے۔ یہ آدہ ایک تخت مناظر پر مشتمل ہوتا ہے جس کے ایک سرے پر ایک آڑا تخت لمبختی رہتا ہے۔ اس کے کنارہ سے لگ کر ایک استادہ حرکت کر سکتا ہے جس پر ییمپ سے متور کردہ ویلیبی تار لگے ہوتے ہیں۔ خیال حاصل کرنے کے لیے معمولاً استعمال ہونے والے پردہ کی بجائے ایک لائے سفید پیلے سے کام لیا جاتا ہے۔ یہ پیمانہ اور عدسہ کا استادہ دونوں خود تخت پر حرکت کرتے ہیں۔

اصلی تخت اور آڑے تخت دونوں پر ملی میٹروں کے پیمانے لگے ہوتے ہیں۔



شکل ۶۹

لیمپ کو پہلے اس طرح رکھا جاتا ہے کہ شخص اور خیال کو ملانے والا خط تخت کے محور کے ٹیکہ متوازی رہے۔ اب اگر لیمپ کو آڑے تخت پر بقدر فاصلہ لٹھایا جائے تو خیال پیمانے پر بقدر فاصلہ بسکے جھٹ جاتا ہے اور اس کے ساتھ ساتھ مکرر ٹیکہ حاصل کرنے کے لیے ثانی الذکر کو تخت پر بقدر فاصلہ جھٹانا پڑتا ہے۔ مسخ کی پیمائش جب اور اس کے متناسب میں پائے جانے والے انحراف سے کی جاتی ہے اور انحراف کے متناسب کے متناسب ہوتا ہے۔

مثالیں

(۱) ۲۰ سمراسکی طول والے ایک پتلے تخت پر عدسہ کے محور کی پائیں جابجا ۵ سمر کے فاصلہ پر ۲ سمر کی قامت کا ایک شخص رکھا ہے۔ اس پر ۱۰ سمر کی قامت کا ایک پتلا ایسی کے محور پر اور اس سے ۱۰ سمر کے فاصلہ پر ۵ سمراسکی طول والا ایک پتلا متعمر عدسہ رکھا ہے۔ آخری خیال کا محل اور اس کی قامت درج ذیل ہے۔

(۲) اگر تخت مناظر پر ایک پتلا عدسہ اس طرح بٹھایا جائے کہ تخت کے محور پر ٹیکہ عمود وار نہ ہو بلکہ ایک انتقابی محور کے گرد ایک چھوٹے سے دور سے لٹھایا ہو تو شخص کے طور پر استعمال کیے ہوئے انتقابی اور انحرافی میلیسی تار ٹیکہ و

ماسکہ میں نہیں آتے۔ چنانچہ اگر پہلے انتصابی تار کو ماسکہ میں لایا گیا ہو تو اُنقی تار کو ماسکہ میں لے آنے کے لیے خیال کے پردہ کو بقدر ایک چھوٹے سے فاصلے کے ہٹانا پڑتا ہے۔ تجربی طور پر معلوم کرو کہ یہ ہٹاؤ عدسہ اور تخت کے محوروں کے درمیانی زاویہ کے ساتھ کس طرح بدلتا جاتا ہے۔ زاویہ کی پیمائش چاندہ کی مدد سے بخوبی ہو سکتی ہے۔

(۳) ایک طالب علم کو ایک محدب عدسہ اور ایک مقعر عدسہ دے کر اُس سے ان کے ماسکی طول معلوم کرنے کے لیے کہا جاتا ہے۔ ان کے کناروں کے قطر مساوی ہیں لیکن مقعر عدسہ کا کچھ حقتہ، شاید اُس کے سارے رقبہ کا چھٹا حقتہ، اتفاق سے ٹوٹا ہوا ہے۔ محدب عدسہ کا ماسکی طول باسانی معلوم کر لیا گیا اور یہ ۲۴ سمر حاصل ہوا۔ چونکہ محدب عدسہ مقعر عدسہ سے زیادہ طاقتور معلوم ہو رہا تھا اس لیے مقعر عدسے کا ماسکی طول کی تعین کے پہلے طریقہ سے کام لیا گیا۔ لیکن متعلم کو یہ دیکھ کر تعجب ہوتا ہے کہ اس مرکب عدسہ سے ہمیشہ دو خیال حاصل ہوتے ہیں جن میں سے ایک مدہم اور عدسوں سے قریب ہوتا ہے اور دوسرا منور اور عدسوں سے دور۔ اگر مدہم خیال سے کام لیا جائے تو اس مرکب نظام کا ماسکی طول ۲۴.۳ سمر حاصل ہوتا ہے اور اگر روشن خیال سے کام لیا جائے تو یہ ماسکی طول ۳۸.۶۲ سمر حاصل ہوتا ہے۔ اُسے کس خیال سے کام لینا چاہیے اور کیوں؟

(۴) ایک مقعر آئینہ کا ماسکی طول ش اور خ کی پیمائش سے حسب معمول معلوم کر لیا جاتا ہے اس تجربے میں ش میں خیال کے پردہ میں بنے ہوئے ایک بڑے سورخ میں سے گزر کر آئینہ پر واقع ہوتی ہیں اور اس آئینہ کو ایک انتصابی محور کے گرد کسی قدر گھما کر رکھنا پڑتا ہے تاکہ خیال خود سورخ ہی پر واقع نہ ہو۔ اس کی وجہ سے تجربہ میں پائے جانے والی خطا کی قدر پر مقعر آئینہ پر کے ابہامی انعکاس کے نظریہ کی رو سے بحث کرو اور کسی حقیقی صورت کے لیے اعداد پیش کرو۔

(۵) ایک مقعر آئینہ کا ماسکی طول معلوم کرنے کی غرض سے کئی میٹر کے فاصلہ پر رکھے ہوئے ایک لمب کا خیال حاصل کیا جاتا ہے جس سے یہ ماسکی طول ۳۲.۱ سمر پایا جاتا ہے۔ اس نتیجہ کے ۲ متر تک صحیح ہونے کے لیے لمب کو کتنے فاصلہ پر ہونا چاہیے؟

(۶) ۲۲ سمر ماسکی طول کا ایک محدب کروی عدسہ ایک منطوائی عدسہ کے ساتھ

تماس میں رکھا ہوا ہے اور اس اجتماع سے متور صلیبی تاروں کا، جو انتصاباً اور اتفاقاً واقع ہیں ایک خیال حاصل کیا جاتا ہے۔ اُسٹوائی عدسہ کا ایک رُخ مستوی ہے اور اُسٹوائی سطح کا محور انتصابی ہے۔ اگر شخص اس اُسٹوائی عدسے سے ۵۰ سمر کے فاصلہ پر واقع ہو اور یہ اُسٹوائی عدسہ (۱) ۴۰ سمر ماسکی طول کا ایک محدب عدسہ ہو (ب) ۴۰ سمر ماسکی طول کا ایک مقعر عدسہ ہو، تو دریافت کرو کہ ہر ایک صلیبی تار کا خیال کہاں بنتا ہے۔

(۷) کروی آئینہ کے نفع قطر انخا کے لیے صفحہ ۱۳۳ پر اخذ کیے ہوئے ضابطے بہت زیادہ آسان ہو جاتے ہیں اگر ل کو ط کے مقابلہ میں نظر انداز کیا جاسکے۔ ثابت کرو کہ یہ مفروضہ بمنزلہ یہ فرض کرنے کے ہے کہ چھوٹا پیمانہ خیال ہی کے مستوی میں واقع ہے۔ نیز اس مفروضہ کی بنا پر ابتدائی اُصولوں سے محوہ بالا آسان ضابطے اخذ کرو۔

(۸) دو اُسٹوائی عدسے جن میں سے ہر ایک کا ایک رُخ مستوی ہے ایک دوسرے کے ساتھ تماس میں رکھے ہوئے ہیں، ان کی مدد سے ۴۰ سمر کے فاصلے پر رکھے ہوئے متور صلیبی تاروں کا ایک حقیقی خیال حاصل کیا جاتا ہے۔ اُسٹوائی سطح کے محاورہ ایک دوسرے کے علی القوایم ہیں اور ان میں سے ہر ایک محور ایک صلیبی تار کے متوازی ہے۔ صلیبی تاروں کے خیال اس مرکب نظام سے بالترتیب ۴۰ اور ۶۰ سمر کے فاصلوں پر حاصل ہوتے ہیں۔ ان عدسوں کے ماسکی طول کیا ہیں؟ اگر دونوں اُسٹوائی سطحوں کے محور ایک ہی صلیبی تار کے متوازی ہوتے تو اس کا خیال کہاں بنتا؟

(۹) ایک محدب عدسہ کو تخت مناظر پر چڑھا کر اس سے ایک پردہ پر خیال حاصل کیا جاتا ہے جس کی تکبیر ۲۶۴ ہے۔ پھر شخص اور خیال کے پردوں کو اپنی اپنی جگہ قائم رکھ کر عدسہ کو خیال کی طرف ۱۰ سمر ہٹایا جاتا ہے جس سے ایک واضح خیال مکرر حاصل ہوتا ہے۔ اگر اس صورت میں تکبیر ۲۶۵ ہو تو عدسہ کا ماسکی طول محسوب کرو۔

(۱۰) باب ہذا کے پہلے طریقہ سے ایک پتلے محدب عدسے کا ماسکی طول ن مرتبہ

(بالفرض ۸ یا ۱۰ مرتبہ) معلوم کرو۔ ان سب نتائج کا اوسط لو، اس اوسط قیمت سے ہر ایک نتیجہ کا فرق محسوب کرو، ان کے مربع لے کر ان مربعوں کا حاصل جمع معلوم کرو، اس حاصل جمع کو n (۱-۱) پر تقسیم کر کے خارج قیمت کا جذر نکالو۔ اس جذر کو آخری نتیجہ کی دو اوسط خطا کہتے ہیں۔ اس اوسط خطا کو (۷۹) سے $\frac{2}{3}$ سے (بلکہ ترجیحاً ۷۷ سے) ضرب دینے پر آخری نتیجہ کی دو اغلب خطا حاصل ہوگی۔ آخری نتیجہ کی اوسط خطا اور اغلب خطا کو تعداد مشاہدات کے جذر سے ضرب دینے پر انفرادی مشاہدات کی اوسط خطا اور اغلب خطا حاصل ہوتی ہے۔

مثلاً جدول ذیل کے پہلے کالم میں ایک عدد سے کے ماسکی طول کے مشاہدات درج ہیں جو ایک ہی تخت مناظر پر محولہ بالا طریقے سے لیے گئے ہیں :-

م	فرق (فہ)	فہ
۱۹، ۹۱	- ۶۲۳۳	۵۹۵۴
" ۲۰، ۶۰۷	- ۶۰۸۳	۶۰۰ ۷۰۶
" ۲۰، ۶۱۱	- ۶۰۴۳	۶۰۰ ۱۹۴
" ۲۰، ۶۱۶	+ ۶۰۰۶	۶۰۰ ۰۰۴
" ۲۰، ۶۱۴	- ۶۰۱۴	۶۰۰ ۰۲۰
" ۲۰، ۶۲۷	+ ۶۱۱۶	۶۰۱۳۴۶
" ۲۰، ۶۲۱	+ ۶۰۵۶	۶۰۰۳۱۴
" ۲۰، ۶۱۴	- ۶۰۱۴	۶۰۰ ۰۲۰
" ۲۰، ۶۲۲	+ ۶۰۶۶	۶۰۰۴۳۶
" ۲۰، ۶۳۱	+ ۶۱۵۶	۶۰۲۴۳۴
اوسط = ۲۰، ۶۱۵۴	محل جمع = ۶۱۱۴۲۸	

$$\text{نتیجہ کی اوسط خطا} = \sqrt{\frac{۶۱۱۴۲۸}{۹۰}} = ۵۶.۳۵۶$$

$$\text{نتیجہ کی اغلب خطا} = ۵۶.۳۵۶ \times \frac{2}{3} = ۳۷.۵۷۱$$

ایک واحد مشاہدہ کی اوسط خطا = $10.7 \times 6.354 = 1113$
 اور ایک واحد مشاہدہ کی اغلب خطا = $10.7 \times 6.234 = 5049$
 نتائج بالا کو حاصل کرنے کا یہ طریقہ نظریہ ظن پر مبنی ہے۔ یہ نتائج صرف
 اسی صورت میں درست ہوتے ہیں جب کہ انفرادی مشاہدات صحیح قیمت کے گمبگ
 محض کلیہ اتفاق کے تحت بکھرے ہوئے ہوں۔ ان نتائج میں یک طرفہ خطاؤں کا
 کوئی لحاظ نہیں ہوتا مثلاً جو خطائیں اس مفروضہ کی وجہ سے پیدا ہوتی ہیں کہ
 مستعملہ حد نہ نہایت ہی پتلا ہے اور یہ کہ اس کے صدر نقاط باہم منطبق ہوتے
 ہیں، ان سے ان نتائج پر کوئی سروکار نہیں۔
 کسی واحد مشاہدہ کی اغلب خطا ایک ایسی مقدار کو ظاہر کرتی ہے
 جس کے اوپر اور نیچے بروئے نظریہ نہ کی قیمتوں کی ایک مساوی تعداد پائی جانی
 چاہیے۔ مثال بالا میں فہ کی چار قیمتیں یعنی ۲۴۴، ۶۰۸۴، ۱۱۶ اور ۱۵۶
 اوسط اغلب خطا ۵۰۴۹ سے بڑی ہیں اور ۶ قیمتیں یعنی ۴۴، ۵۰۴، ۵۰۶،
 ۵۰۱۳، ۵۰۵۶، ۵۰۱۴ اور ۵۰۶۶ اس سے چھوٹی۔

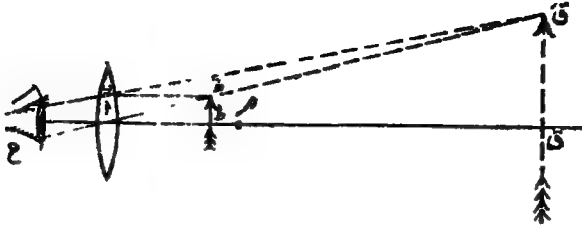


چھٹا باب

مناظری آلات

(۸۰) تکبیری شیشہ یا سادہ خردین : طبعی آنکھ کی بہترین تمسک ایک ایسے شخص پر ہو سکتی ہے جو اس سے ۱۰ یا ۱۲ انچ کے فاصلہ پر واقع ہو۔ بنا بریں اس فاصلے کو رویت واضح کا فاصلہ کہتے ہیں۔ اگر ہم شخص کو قریب تر لاکر اس کی مزید تفصیلات کا مشاہدہ کرنا چاہیں تو اس کو وضاحت سے دیکھنے کے لیے ہمیں آنکھ پر بارڈالنا پڑتا ہے۔ پس کسی شخص کی تفصیلات کے دیکھنے کے لیے واضح رویت کا فاصلہ ہی بہترین مقام ہوتا ہے۔

فرض کرو کہ اب چھوٹے ماسکی طول کا ایک محدب عدسہ ہے جو ع پر کی آنکھ کے سامنے رکھا ہے۔ فرض کرو کہ اس عدسہ کا ماسکہ ہر ہے اور ایک شخص ط ط اس کے ماسکی طول کے اندر واقع ہے۔ چنانچہ عام تریبی طریقہ سے خیال کا محل ق ق پر حاصل ہوگا۔ یعنی ط ط سے محل کر آنکھ میں داخل ہونے والی تمام شعاعیں عدسہ کی وجہ سے منعطف ہونے کے بعد ق ق سے آتی ہوئی معلوم ہونگی۔



فصل

ہمیں معلوم ہے کہ

$$\frac{خ}{م} = \frac{خ}{ق} = \frac{م}{ق}$$

جہاں م خیال کی قامت ہے اور م شخص کی قامت۔ اب فرض کرو کہ یہ خیال رویت واضح کے فاصلہ پر واقع ہے۔ اس فاصلہ کو ف سے تعبیر کرو۔ چونکہ آنکھ عدسہ سے بہت قریب ہوتی ہے اس لیے ہم خ کو ف کے مساوی سمجھ سکتے ہیں۔ بنا بریں $م = (۱ - \frac{ف}{م})$ یا تقریباً $\frac{م}{م}$ کے

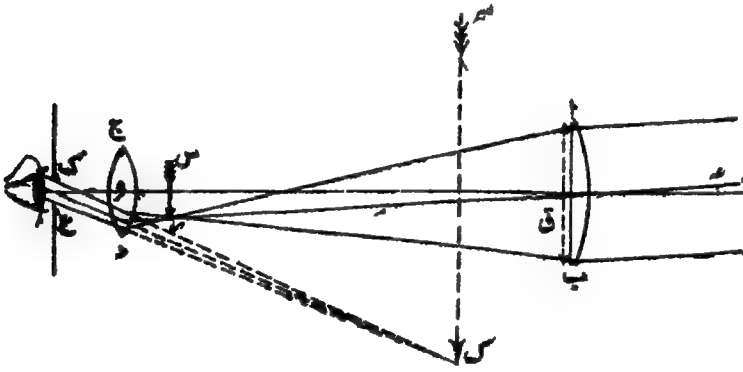
کیونکہ م، ف کے مقابلہ میں چھوٹا ہوتا ہے۔

اگر کسی شخص کی ظاہری قامت اس زاویہ پر منحصر ہوتی ہے جو اس شخص کے محاذی آنکھ پر بنتا ہے، لیکن اگر شخص ط کا آنکھ سے راست امتحان مقصود ہو تو اس کو ق پر رکھنا پڑیگا۔ اس لیے عدسہ کے بغیر اور عدسہ کے ساتھ دکھائی دینے والی ظاہری قامتوں میں وہی نسبت پائی جائیگی جو شخص اور خیال کے خطی ابعاد میں پائی جاتی ہے بشرطیکہ یہ چھوٹے ہوں۔ (۸)

پس اس عدسہ کی وجہ سے پیدا ہونے والی تکبیر $\frac{ف}{م}$ ہوگی جبکہ اس کی علامت کو نظر انداز کر دیا جائے۔

جب ایک واحد محدب عدسہ کو طریقہ بالا کے مطابق استعمال کیا جاتا ہے تو اس کو بعض اوقات سادہ خوردبین کہتے ہیں۔
 ایک واحد عدسہ کی بجائے پتلے عدسوں کا ایک اجتماع بھی استعمال کیا جاسکتا ہے مثلاً فلنٹ شیشہ کے دو مقعر عدسوں کے درمیان کراؤن شیشہ کا ایک دوہرا محدب عدسہ دے کر اس مرکب عدسہ سے ایک سادہ خوردبین کا کام لیا جاسکتا ہے۔ ایسے اجتماع کو لونی ضلالت، ابہامیت اور مسخ کے لیے درست کیا جاسکتا ہے۔

فلکی دوربین : فلکی دوربین کا مناظری نظام دو عدسوں پر مشتمل ہوتا ہے: ایک عدسہ جو دبا نہ کہلاتا ہے دور کے کسی شخص کا ایک حقیقی خیال پیدا کرتا ہے اور دوسرا عدسہ جو چشمہ کہلاتا ہے پہلے خیال کا ایک کبڑ مجازی خیال پیدا کرتا ہے۔
 اس کی وضاحت شکل ۱۷ میں کی گئی ہے۔ اب دبا نہ ہے جس کا



شکل ۱۷

قطر اور ماسکی طول ہرے۔ ج و چشمہ ہے جس کا ماسکی طول م ہے۔
 اب اپنے ماسکی مستوی میں شخص کا ایک حقیقی اور اٹا خیال دس جاتا ہے۔

یہ خیال ج د کے اسکے کے عین اندر ہوتا ہے جس سے یہ عدد ایک تکبیری شیشہ کی طرح عمل کرتے ہوئے گھ پر دس کا ایک مجازی کبتر خیال پیدا کرتا ہے۔ گھ پر کا یہ ہی وہ خیال ہے جو عکس پر کی آنکھ کو دکھائی دیتا ہے۔

اس آلہ کی تکبیر معلوم کرنے کے لیے ہم حسب ذیل طریقہ اختیار کر سکتے ہیں۔ فرض کرو کہ دور کے شخص کے محاذی آنکھ پر زاویہ ۲۰ درجہ بنتا ہے۔ چونکہ شخص بہت دور واقع ہوتا ہے اس کے محاذی دھانہ پر بننے والا زاویہ بھی ۲۰ درجہ ہی ہوگا۔ بنائیں خیال دس کا طول ۲۰ درجہ ہوگا۔ چونکہ دس دس عدد ج د سے عین فاصلہ م پر واقع ہے اس لیے اس کے محاذی دھانہ پر بننے والا زاویہ ۲۰ درجہ ہوگا۔ چونکہ گھ بہت دور واقع ہے اس لیے ور عملاً

متوازی ہوگا دگ کے۔ یہ بات گ کی تصین کے ترسیمی طریقے سے بخوبی واضح ہو جائیگی۔ بنائیں آخری خیال گھ کے محاذی آنکھ پر بننے والا

زاویہ بھی ۲۰ درجہ ہی ہوگا۔ اس لیے آخری خیال کے محاذی بننے والے زاویہ کو شخص کے محاذی بننے والے زاویہ پر تقسیم کرنے پر ہمیں تکبیر کی قیمت حاصل ہوگی۔

یہی نتیجہ کسی قدر مختلف طریقے سے بھی حاصل کیا جاسکتا ہے۔ فرض کرو شخص کا طول ۱۱ ہے اور یہ دھانہ سے فاصلہ ۱۱ پر واقع ہے۔ چونکہ ش

بہت بڑا ہے اس لیے شخص کے محاذی آنکھ پر بننے والا زاویہ $\frac{11}{11}$ ہوگا۔

چونکہ خیال اور شخص میں وہی نسبت پائی جاتی ہے جو ان کے فاصلوں میں

اس لیے دس = $\frac{11}{11}$ ۔ فرض کرو کہ گھ کا فاصلہ دس سے ف ہے۔

تب اسی قاعدہ کی رو سے گھ = $\frac{11}{11}$ اور گھ کے محاذی آنکھ پر

بننے والا زاویہ تقریباً $\frac{1}{m}$ ہوگا۔ اس کو شخص کے محاذی بننے والے اصلی زاویہ پر تقسیم کرنے سے ہمیں تکبیر کے لیے پھر وہی قیمت $\frac{1}{m}$ حاصل ہوتی ہے۔

فرض کرو کہ نقاط ع اور ک چشمہ کی وجہ سے نقطوں ۱ اور ب کے خیال میں۔ فرض کرو کہ ک ع کا فاصلہ و سے خ ہے۔ تب

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{m} + \frac{1}{m}$$

اگر ہم خ، م اور م کی علامتوں کا لحاظ کریں تو

$$\frac{1}{x} = \frac{m}{m} = \frac{m}{m}$$

$$ک ع = \frac{x}{m} = \frac{m}{m}$$

اور

شعاع ۱ و منعطف ہونے کے بعد نقطہ ع میں سے گزرتی ہے۔ وہ تمام شعاعیں جو دونوں عدسوں میں سے گزرتی ہیں ک اور ع کے درمیان میں سے گزرتی ہیں اور اگر وہاں ایک پردہ رکھا جائے تو اس پر ایک روشن دائری قرص دکھائی دیگی۔ یہ قرص، جو بعض اوقات حلقہ چشم کہلاتی ہے۔ ایسے کی مجوزہ اصطلاح میں اس آلہ کی نکاس ستی ہوتی ہے۔ ک ع کے لیے اوپر حاصل شدہ جملہ سے ظاہر ہے کہ وہاں سے قطر اور حلقہ چشم کے قطر کی نسبت تکبیر کے مساوی ہوتی ہے۔

شعاعیں اس آلہ میں سے باہر نکلنے کے بعد حلقہ چشم پر ایک دوسرے کے بہت ہی قریب آ جاتی ہیں اور یہی آنکھ کے لیے مناسب ترین

مقام ہوتا ہے۔ یہ آلہ عام طور پر اس طرح وضع کیا جاتا ہے کہ اس کا حلقہ چشم آنکھ کی پتلی سے چھوٹا رہے تاکہ دہانہ سے آنے والی ساری روشنی آنکھ میں داخل ہو جائے۔ لیکن شکل ۷ کے کی وضاحت کے لیے اس میں حلقہ چشم کو بڑا دکھلایا گیا ہے۔

شکل ۷ کی غرض صرف یہ ہے کہ فکلی دور بین کے نظریہ کی توضیح ہو۔ لیکن عملی طور پر دہانہ ایک واحد عدسہ کی بجائے کوئی عدالت کے لیے صحیح شدہ ایک مرکب عدسہ پر مشتمل ہوتا ہے۔ چھوٹی دور بینوں کی صورت میں مثلاً جیسی کہ طیف پیمائوں میں استعمال کی جاتی ہیں، دہانہ اکثر صفحہ ۱۱۹ پر بیان کی ہوئی شکل کا ہوتا ہے یعنی یہ کراؤن شیشہ کے ایک ایسے مساوی الخدہ عدسہ پر مشتمل ہوتا ہے جس کے پیچھے فلنٹ شیشہ کا ایک مستوی مقعر عدسہ چسپاں رہتا ہے۔ اسی طرح چشمہ بھی ایک واحد تکبیری شیشہ پر مشتمل ہونے کی بجائے ریمسڈن یا ہوگلینس کے مرکب چشمہ پر مشتمل ہوتا ہے۔ ریمسڈن کا چشمہ دو مساوی مستوی مخدب عدسوں پر مشتمل ہوتا ہے جن کے منحنی رخ بالمقابل ہوتے ہیں اور جن کا درمیانی فاصلہ کسی ایک عدسہ کے ماسکی طول کا دو تہائی ہوتا ہے۔ ہوگلینس کا چشمہ بھی دو مخدب عدسوں پر مشتمل ہوتا ہے لیکن اس میں آنکھ سے بعید تر عدسہ کا ماسکی طول دوسرے عدسہ کے ماسکی طول سے بڑا اور عام طور پر تین گنا ہوتا ہے اور اس کے دونوں عدسوں کا درمیانی فاصلہ چھوٹے ماسکی طول کا دو گنا ہوتا ہے۔ ان دونوں چشموں میں آنکھ کے متعلقہ عدسہ کو چشمی عدسہ اور دوسرے عدسہ کو میدانی عدسہ کہتے ہیں۔ اگر ہم میدانی عدسہ کے ماسکی طول کو m سے اور چشمی عدسہ کے ماسکی طول کو m' سے تعبیر کریں تو اس اجتماع ماسکی طول (دیکھو صفحہ ۱۱۹) حسب ذیل ہوگا۔

$$m + m' = \frac{m \cdot m'}{f}$$

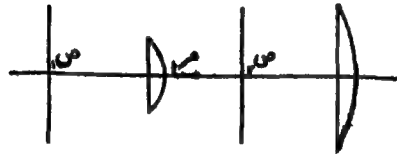
اور ہوٹلیکس کے چشمہ کا ماسکی طول

$$\frac{3}{2}$$

ان دونوں چشموں کے لیے عدسوں، صدر مستویوں اور نقطہ شخص کے ماسکی مستویوں کے محل اشکال ۷۲ اور ۷۳ میں دکھلائے گئے ہیں۔ یہ صدر مستوی



شکل ۷۲



شکل ۷۳

مستطاع ہوتے ہیں۔ واضح رہے کہ ہوٹلیکس کے چشمہ کا ماسک ریسیڈن والے چشمہ کے ماسک کے برخلاف اس کے دونوں عدسوں کے درمیان واقع رہتا ہے، بنا بریں ریسیڈن کے چشمہ کو مثبت چشمہ اور ہوٹلیکس کے چشمہ کو منفی چشمہ کہتے ہیں۔ پس جس طرح ریسیڈن کے چشمہ کی تیسک صلیبی تاروں پر کرنی جاسکتی ہے اُس طرح ہوٹلیکس کے چشمہ کی تیسک ان پر نہیں کی جاسکتی۔ ہوٹلیکس کا چشمہ کروئی ضلالت کے اثرات کو حتی الامکان گھٹا دینے کی غرض سے وضع کیا گیا ہے۔

ایک واحد تکبیری شیشہ کی بجائے دو عدسوں والا چشمہ استعمال

کرنے کا مقصد یہ ہوتا ہے کہ خیال کی لونی ضلالت اور اس کے دیگر نقایص حتی الامکان رفع ہو جائیں۔ یہ نقایص، انعطاف کے دو کی بجائے چار سطحوں پر منقسم ہو جانے کے باعث یوں بھی کمی کی طرف مائل رہتے ہیں۔ یہ شرط کہ چشمہ کا معادل ماسکی طول تمام رنگوں کے لیے ایک ہی ہونا چاہیے (دیکھو صفحہ ۱۴۳) ہوؤ گینس کے چشمہ کی صورت میں اچھی طرح اور رییسڈن کے چشمہ کی صورت میں تقریباً پوری ہوتی ہے۔

چشموں کا عمل اس لیے بھی بہتر ہو جاتا ہے کہ ان میں سے روشنی کی باریک نپسلیں ہی گزرتی ہیں۔ چنانچہ شکل ۷۷ میں مس سے متبع ہونے والی پنسل باریک ہوتی ہے کیونکہ اس کو دور بین کے دماغ میں سے گزر کر آنا پڑتا ہے اور نسبت $\frac{AB}{AB'}$ عام طور پر $\frac{1}{17}$ سے بڑی نہیں ہوتی۔ مس کے

دیگر نقطوں سے متبع ہونے والی شعاعوں کا بھی یہی حال ہے۔

فلکی دور بین میں ایک راست گر چشمہ بٹھا کر اس کو ارضی شخصوں کے لیے بھی موزوں بنایا جاسکتا ہے۔ چنانچہ جس قسم کا راست گر چشمہ اکثر

(۸۴)



شکل ۷۷

استعمال کیا جاتا ہے اس کی وضع شکل ۷۷ میں دکھلائی گئی ہے۔ یہ چار عددوں پر مشتمل ہوتا ہے اور اس میں شکل میں دکھلائے ہوئے مقامات پر دو حجاب لگے ہوتے ہیں۔

دوربین کی تکبیر اور تخلیلی طاقت : دوربین کی تکبیر م

سے تعبیر ہوتی ہے۔ چشمی نقطہ کا قطر $\frac{1}{2}$ باہر کی طرف $\frac{1}{2}$ سے بڑا نہ ہونا چاہیے ورنہ ساری روشنی آنکھ میں داخل نہ ہوگی۔ اگر ہر م اورق کے درمیان صرف یہ شرط پوری ہو جائے تو دوربین کی تکبیر کے لیے کوئی حد معین نہیں ہوتی۔ لیکن ہم دیکھتے ہیں کہ ایک حد سے آگے تکبیر کے بڑھانے میں کوئی خاص فائدہ نہیں ہوتا، یوں تو خیال بڑا ہو جاتا ہے لیکن مزید تفصیلات کا اکتاف نہیں ہوتا۔ یہ عمل بجنہ دیسا ہی ہے جب کہ ایک پچھلے چادر کو جس پر کوئی تصویر بنی ہو کھینچا جائے۔

اگر دوربین کی تکیہ کسی منور نقطہ پر، مثلاً کسی ستارہ پر، کر لی جائے تو اس کے دہانے کی وجہ سے بننے والا خیال ایک نقطہ نہیں ہوتا بلکہ ایک چھوٹی سی قرص پر مشتمل ہوتا ہے جس کے ارد گرد ایک یا دو مدہم مراکز حلقے ہوتے ہیں۔ اس کی وجہ آگے چل کر انحصار کے باب میں بیان کی جائیگی، یہاں اس کا ذکر محض ایک واقعہ کے طور پر کیا جائیگا جو سیاہ حلقہ قرص کو قریب ترین طور پر گھیرا ہوا ہوتا ہے اس کا نصف قطر

$$\frac{1.522}{Q} \text{ ملہ}$$

ہوتا ہے جہاں نہ مستعملہ روشنی کا طول موج ہے۔ اگر ق کو بڑھائے بغیر ہر کو بڑھایا جائے تو قرص کی جسامت بھی بڑھتی جاتی ہے۔ شخص کا ہر ایک نقطہ اپنا ایک ذاتی قرص پیدا کرتا ہے اور اس طرح خیال کی تفصیل بڑھتی جاتی ہے۔ قریب ترین فاصلہ پر دو ستارے صرف اس وقت علیحدہ علیحدہ دکھائی دیتے ہیں جب کہ ایک کی قرص کا مرکز دوسرے کے سب سے اندرونی حلقہ پر واقع ہو جائے، یعنی جبکہ دہانے کے ماسکی مستوی میں بننے والے خیالوں کا درمیانی فاصلہ کم سے کم $\frac{1.522}{Q} \text{ ملہ}$ ہو یا جب کہ ان ستاروں کا درمیانی زاویہ

کم سے کم $\frac{2.5}{100}$ ہو۔ اس زاویہ کو دوربین کی تحلیلی طاقت کے نام سے موسوم کیا جاتا ہے۔ اگر دہانہ کے قطر کی پیمائش انچوں میں کی جائے اور واقع روشنی کے طول موج کو 2.0×10^{-5} انچ مان لیا جائے تو تحلیلی طاقت $\frac{500}{1}$ قرار پاتی ہے۔ لیکن فلکیات کے ماہر ڈاوس نے اپنے تجربہ کی بناء پر تحلیلی طاقت کا $\frac{2.5}{1}$ ہونا بیان کیا ہے۔

(۵۵) فلکی شہادت کے لیے اب تک استعمال شدہ تمام دوربینوں میں ارکس لٹکی دوربین سب سے زیادہ طاقتور آلہ ہے۔ اس کے دہانہ کا قطر ۴۸ انچ اور ماسکی طول ۶۵ فٹ ہے۔ بنا بریں اس کی تحلیلی طاقت تقریباً $\frac{1}{1}$ ثانیہ قرار پاتی ہے۔ اس دہانہ کو گھسنے اور صیقل کرنے میں بڑی احتیاط برتنی پڑی اور بہت سا وقت صرف ہوا۔ نیز بطور کافی متبائن شیشہ کو اس قدر بڑی سطحیں حاصل کرنا بھی بے حد مشکل ہے اور یہ ممکن ہے کہ اگر دہانہ اس سے بھی بڑا ہو تو اس میں خود اس کے وزن کی وجہ سے فساد پیدا ہو جائے۔ اس لیے یہ کہا جاسکتا ہے کہ دوربینوں میں تحلیلی طاقت کی انتہا غالباً قریب قریب حاصل ہو چکی ہے۔ جب ق، ہر، اور چشمی حلقہ کا اعظم قطر دیے جائیں تو م کی اعظم قیمت صحت ہو جاتی ہے۔ نیز جب چشمی حلقہ کا قطر $\frac{1}{2}$ سے چھوٹا ہوتا ہے تو رویت میں قابل لحاظ فرق پیدا ہو جاتا ہے، چنانچہ م کی ایک اقل قیمت بھی ہوتی ہے جو اس کی اعظم قیمت کا تقریباً $\frac{1}{2}$ ہوتی ہے۔

انسانی آنکھ کی تحلیلی طاقت، ہلم ہولٹز کے مطابق، ایک اور دو دقیقوں کے درمیان ہوتی ہے۔ چنانچہ ارکس کے دہانہ کی صورت میں شخص کی ساری تفصیل واضح ہو جانے کے لیے تقریباً ۲۰ کی تکبیر درکار ہوتی ہے۔

اس صورت میں مذکورہ بالا اعظم اور اقل تکبیروں بالترتیب ۱۲۰۰ اور ۲۰۰ ہوتی ہیں۔

بڑے طیف پیمائوں میں عام طور پر جو دور بین لگی ہوتی ہے اس کے دہانہ کا قطر $\frac{1}{4}$ انچ اور اس کا ماسکی طول ۱۴ انچ ہوتا ہے۔ اس دور بین میں ریمسڈن والا چشمہ لگا ہوتا ہے جس کے عدسوں میں سے ہر ایک کا ماسکی طول تقریباً $\frac{1}{4}$ انچ ہوتا ہے۔ بنا بریں اس کی تکبیری طاقت $\frac{1}{12} \times \frac{9}{4} = \frac{3}{16}$ اور اس کی نظری تحلیلی طاقت ۴۴ ثانیہ ہوتی ہے۔ اس لیے اس کا چشمہ شاید ہی اس قابل ہوتا ہے کہ دہانہ کی پوری نظری تحلیلی طاقت سے کام لے لیکن یہ چشمہ دہانہ کی حقیقی تحلیلی طاقت کے لیے غالباً بہت کافی ہوتا ہے کیونکہ دہانہ عملاً کبھی مقل نہیں ہو سکتا۔ چونکہ زہرہ، مشتری اور زحل کے ظاہری زاویائی قطر بالترتیب ۱۱، ۳۴، ۵۰، ۱۴ تا ۲۰ ثانیہ تک بدلتے جاتے ہیں اس لیے ایسی دور بین سے ان کی شکل واضح ہو جانی چاہیے۔

عدسوں کے ماسکی طولوں کی حقیقی پیمائش کے بغیر بھی کسی دور بین کی تکبیر حسب ذیل دو طریقوں سے باسانی معلوم کر لی جاسکتی ہے :- پہلے طریقہ میں دہانہ کو کسی لیمپ کی بد سے منور کر کے اس کے اس خیال کو جو چشمہ کی وجہ سے بنتا ہے یعنی چشمی حلقہ کو گھسے ہوئے شیشہ کے ایک پردہ پر حاصل کیا جاتا ہے۔ پھر اس خیال کے قطر کو ناپ کر اس کو دہانہ کے قطر پر تقسیم کر دینے سے دور بین کی تکبیری طاقت حاصل ہو جاتی ہے۔ بہر حال اس امر کا پورا اطمینان کر لینا چاہیے کہ جو خیال حاصل ہوتا ہے وہ دراصل دہانہ کے کنارہ ہی کا خیال ہے نہ کہ کسی ایسے حجاب کا جو

Saturn ۳

Jupiter ۴

Venus ۵

۱۔ مصنف کی استعمال کی ہوئی ایک دور بین مشتری کے چاندوں میں سے چار اور زہرہ کی ہشتیں دکھائی دیتی ہیں لیکن زحل کے حلقوں کا کوئی پتہ نہیں چلتا۔

آلہ کے اندر واقع ہو۔ اگر اس مخصوص میں کوئی شبہ ہو تو دہانہ کے سامنے اور اس سے حتی الامکان قریب ایک مستطیلی سپرودہ والا پردہ رکھ کر یہ دیکھا جاسکتا ہے کہ آیا خیال بھی مستطیلی ہوتا ہے یا نہیں۔ اس سے شبہ رفع ہو جائیگا اور خطی کو امکان باقی نہ رہیگا۔

دوسرے طریقہ میں ایک سفید پیمانے کو دور بین سے بہت دور قائم کر کے اس پیمانہ پر ایک متحرک نمائندہ بٹھا دیا جاتا ہے۔ پھر دور بین کی تمبیک اس پیمانہ پر کی جا کر اس کو ایک آنکھ سے دور بین میں سے اور دوسری آنکھ سے راستہ دیکھا جاتا ہے یہ دونوں خیال ایک دوسرے پر واقع نظر آئیگی۔ پھر نمائندہ کو پیمانہ پر سرکا کر ایک ایسی جگہ رکھ دیا جاتا ہے کہ دور بین میں سے دکھائی دینے والے اس حصے کا طول راستہ دکھائی دینے والے سارے پیمانے کے طول کے مساوی نظر آنے لگے۔ چنانچہ سارے پیمانہ کے طول کو دور بین کے ماسکی مستوی میں دکھائی دینے والے حصے کے طول پر تقسیم کر دینے سے اس دور بین کی بکیری طاقت حاصل ہوتی ہے۔ کسی دور بین کی تحلیل طاقت کی تیسین کا آسان ترین طریقہ حسب ذیل ہے۔ تار کی جالی کے ایک ٹکڑے کے پیچھے ایک پتلا سا کاغذ چسپاں کر کے اس کو دور بین کے سامنے قائم کر دو پھر اس جالی کو کسی لمبپ کی مدد سے منور کر کے دور بین کو ہٹا ہٹا کر وہ بڑے سے بڑا فاصلہ معلوم کر لو جس پر دور بین میں سے دیکھنے پر جالی کے تار علیحدہ علیحدہ نظر آتے ہیں۔ اس سے وہ زاویہ جو دہانہ پر تاروں کے درمیانی فاصلہ کے محاذی بنتا ہے باسانی محسوب کر لیا جاسکتا ہے۔

گلیلیو کی دور بین : فلکی دور بین کی تجویز سب سے پہلے

گلیلیو نے ۱۶۰۹ء میں پیش کی تھی۔ اس سے ایک یا دو سال پہلے گلیلیو نے شکل ذیل میں دکھلائی ہوئی قسم کی ایک دور بین بنائی اور استعمال کی تھی۔

خیال جو مجازی ہوتا ہے ک ع پر واقع ہوتا ہے۔ اس خیال کی قامت
م ق ہوتی ہے اور خارجہ شعاعیں ک ع ہی پر ایک دوسرے سے
م ق قریب ترین ہو جاتی ہیں۔ شعاعوں کی اس پٹیل کی تراش اُس مقام پر
جہاں آنکھ میں داخل ہوتی ہے نسبتاً بہت بڑی ہوتی ہے۔ اس لیے اس
میدان نظر اسی تکبیری طاقت والی فکلی دوربین کے میدان نظر کے مقابلہ میں
نسبتاً بہت تنگ ہوتا ہے اور اس میں خیال کی تنویر کنارے کی جانب
گھٹتی جاتی ہے۔

(۸۷)

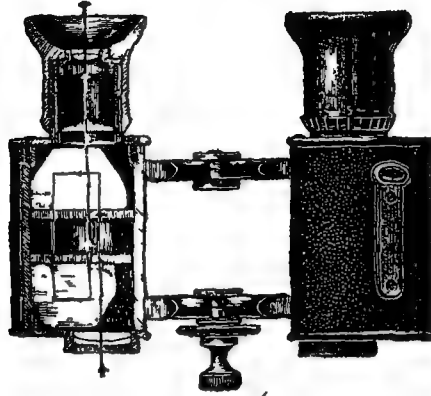
چونکہ اس کا چشمہ مقعر ہوتا ہے اس لیے اس سے دہانہ کی کوئی ضلالت
کی جزوی تصحیح کا کام لیا جاسکتا ہے۔

معمولی منظر بین دو گلیڈی دوربینوں پر مشتمل ہوتے ہیں جو پہلو پہلو
ترتیب دیے ہوئے ہیں اور جن کی تھیکہ ایک ہی پیچ کی ما دے کی جاسکتی ہے۔
ان دوربینوں کا مناظری نظام عام طور پر پتلے کراؤن اور فلٹ عدسوں
ملا کر بنائے ہوئے ایک دہانہ پر اور ایک واحد مقعر عدسہ والے چشمہ پر
مشتمل ہوتا ہے۔ یا یہ دہانہ اور چشمہ ایک ساتھ جڑے ہوئے تین تین عدسوں
بھی مشتمل ہو سکتے ہیں کہ ان میں سے ہر ایک اجزاء بجائے خود غیر کوئی
بن جائے۔

منشوری دوربین : دو سادہ فکلی دوربینوں کو ان کے

طول اور اُلٹ خیال کے برعکس منظر بین کی طرح ایک ہی ڈھانچہ میں پہلو پہلو
ترتیب دینا مناسب نہیں ہوتا۔ ۱۸۹۵ء میں مسس زڈیل نے اپنی
منشوری دوربین پیش کیے جس میں دو قائم الزاویہ منشوروں کے استعمال سے
یہ دونوں نقائص بیک وقت رخنہ کر دیے گئے تھے۔ منشوری دوربین کا

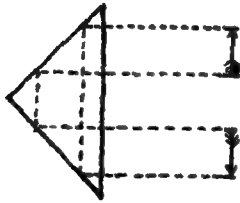
اسول مشاعر میں پورے کے ذہن میں آچکا تھا لیکن اس وقت ان کو جو شیشہ دستیاب ہو سکتا تھا اس میں یکسانیت نہ ہونے کی وجہ سے ان کو اس وقت



شکل ۶۶

کا میانی حاصل نہ ہوئی تھی۔ اس دور بین کی ساخت شکل ۷۷ میں دکھائی گئی ہے۔ واقع شعا میں دہانہ میں سے گزرنے کے بعد اس آلہ کے طول کو ایک مرتبہ طے کرتی ہیں، پھر ایک قائم الزاویہ منشور کی وجہ سے جو خیال کو دایاں بایاں الٹ دیتا ہے، منعکس ہو کر دوسرے منشور کی طرف واپس جاتی

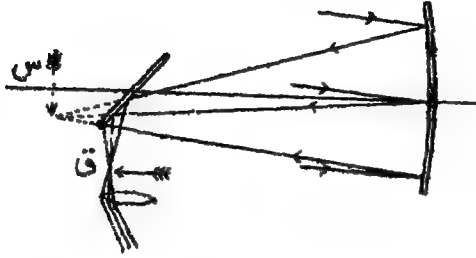
ہیں جو خیال کو مکرر الٹ کر ان شعاؤں کو چشمہ کی سیدھ میں منعکس کر دیتا ہے۔ اس طرح یہ شعاں آلہ کا طول تین مرتبہ طے کرتی ہیں۔ قائم الزاویہ منشور کی وجہ سے خیال کے الٹ بائیں کی مراحث شکل ۷۷ میں کی گئی ہے۔



شکل ۷۷

تیم منظر بینوں کے مقابلہ میں منشوری دور بین کی امتیازاتی خوبی (۸۸)

یہ ہے کہ اس کا میدان نظر نسبتاً وسیع تر ہوتا ہے۔



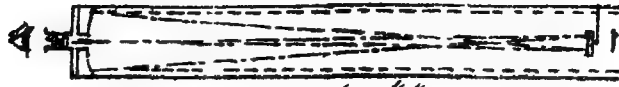
شکل ۷۵

انعکاسی دوربین: نیوٹن نے اپنے انکشاف لیف کے

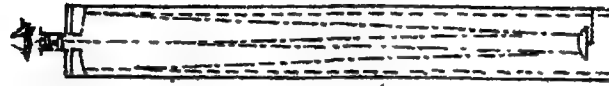
نتیجہ کے طور پر لوئی ضلالت کی وجہ پہچان لی اور دیکھا کہ اُس کے زمانہ کی دوربینوں میں یہ نقص کروی ضلالت کے نقص سے کہیں زیادہ سنگین تھا۔ چونکہ وہ ایک غیر لوئی عدسوی اجتماع کا بتانا ناممکن خیال کرتا تھا اس لیے اُس نے ایک ایسی دوربین ایجاد کی اور بنائی جس میں دہانہ کی بجائے ایک مقعر کروی آئینہ ہوتا تھا اس کا آلہ اصول شکل ۷۶ کے مطالعہ سے واضح ہو جائیگا۔ دور کے شخص سے آنے والی شعاعیں مقعر آئینہ پر منعکس ہو کر ایک حقیقی خیال میں بننے کی طرف مایل ہوتی ہیں لیکن ان کو ایک قائم الزاویہ منشور یا آئینہ کی مدد سے منعکس کر کے خیال ق پر حاصل کیا جاتا ہے اور اس کا معائنہ چشمہ کی مدد سے کرتے ہیں۔

شکل ذیل میں تین اور انعکاسی دوربینوں کے طریق عمل کی توضیح کی گئی ہے۔ یہ دوربینیں بالترتیب گرگوری، کسگریگین، ہرشل کی

دفع کردہ ہیں۔ گریجوی کی دور بین میں شعاعیں بڑے عاکس سے منعکس



گریجوی کی دور بین



کیسگرین کی دور بین



ہرشل کی دور بین

شکل ۷۹

ہونے کے بعد داہنی جانب دکھلائے ہوئے مقعر آئینہ پر واقع ہو کر ایک حقیقی خیال پیدا کرتی ہیں جس کا معائنہ چشمہ کی مدد سے بڑے عاکس میں بنے ہوئے ایک سوراخ میں سے کیا جاتا ہے۔ کیسگرین کی دور بین اور گریجوی کی دور بین میں صرف یہ فرق ہے کہ اول الذکر میں ۱ مقعر آئینہ (۸۹) کی بجائے ایک محدب آئینہ ہوتا ہے۔ ہرشل کی دور بین میں بڑا آئینہ کسی قدر مائل وضع میں ہوتا ہے، ثانوی آئینہ موجود نہیں ہوتا، اور شاہد اپنی پشت شخص کی جانب کیے ہوئے کھڑا رہتا ہے۔ اس کا سر بلاشبہ روشنی کے راستہ میں جزاً حائل ہوتا ہے اور اس لیے یہ انتظام صرف بڑے بڑے آلوں کی صورت ہی میں کام دے سکتا ہے۔

نحکاسی دور بینوں کے آئینے ابتداء اسپیکولم دھات سے بنائے جاتے تھے جو تانبے اور قلعی کی کسی قدر پھونک بھرت ہوتی ہے۔ جب ان کی سطحیں زنگ آلود ہو جاتی تھیں تو ان کو مکرر صیقل کرنا پڑتا تھا اور اس طرح

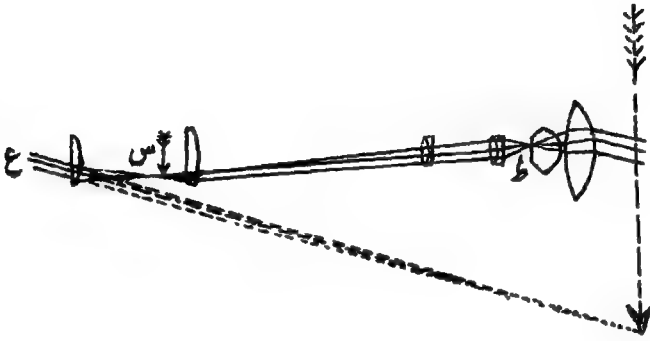
ان کی ساخت کے مشکل ترین اور نازک ترین حصے کو دہرانے کی ضرورت ہمیشہ پیش ہوا کرتی تھی۔ یہ آئینے آج کل شیشہ سے بنا کر ان پر چاندی چڑھا دیتے ہیں اور جب یہ چاندی کی تہہ پرانی ہو جاتی ہے تو اس کی بجائے چاندی کی نئی تہہ چڑھا دینا بہت آسان ہوتا ہے۔

بڑی انوکھ سی دور بینیں، اسی طاقت کی انعطافی آلوں کی بہ نسبت سستی ہوتی ہیں لیکن ان کی طاقت مستقل نہیں رہتی اور ان کی داہت میں بڑی احتیاط کرنی پڑتی ہے۔ اس لیے آج کل انعطافی دور بین ہی کو بہتر آلہ سمجھا جاتا ہے اگرچہ نیوٹن کے بعد تقریباً دیرھ صدی تک انوکھا دور بین کی فوقیت مسلمہ باور کی جاتی تھی۔

خوردین : اگر کسی سادہ تکبیری شیشہ کی تکبیری طاقت

بڑھانے کی غرض سے اس کے ماسکی طول کو گھٹایا جائے تو آنکھ کو زیر امتحان شخص سے تکلیف وہ طور پر قریب رکھنا پڑتا ہے، نیز ایسے چھوٹے ماسکی طول والے عدسوں کی صحیح ساخت بھی بہت مشکل ہوتی ہے۔ نیز ضلالتوں سے پاک ہونے کے لیے اتنے زیادہ شرائط کی پابندی لازم آتی ہے کہ ان کی تکمیل ایک واحد عدسہ نہیں کر سکتا۔ بنا بریں اعلیٰ تکبیر حاصل کرنے کے لیے ایک مرکب خوردین کا استعمال ناگزیر ہو جاتا ہے۔ اس آلہ کا اصول شکل ۱ کے مطالعہ سے واضح ہو جائیگا۔ مرکب خوردین میں خیال بنانے کا عمل دو عدسوں یا عدسوی نظاموں سے انجام پاتا ہے ایک دہانہ اور ایک چشمہ۔ دہانہ کا مصرف یہ ہوتا ہے کہ شخص کا خیال جہاں تک ہو سکے ایک وسیع زاویہ والی پنسل کی مدد سے بنائے اور چشمہ کا مصرف یہ ہوتا ہے کہ اس خیال کا ایک بڑا خیال باریک پنسلوں کی مدد سے بنائے۔ شکل ۱ میں اس آلہ کا صرف طریقہ عمل بتلایا گیا ہے۔ اس میں ط شخص ہے ۱، دہانہ ہے ۲، وہ خیال ہے جو دہانہ کی وجہ سے بنائے، ۳ چشمہ ہے، اور ۴ مرکب خوردین کا خیال ہے جس کا جواب کی

روشنی کی مدد سے منور کیا جاتا ہے۔ جب غیر شفاف شخصوں کا امتحان مقصود ہوتا ہے تو ان کی ایسی پتلی تراشیں لی جاتی ہیں کہ یہ نیم شفاف ہوجائیں اس آلہ کے تحت نظر کے نیچے شخص کو منور کرنے کی غرض سے مکثفہ نامی ایک عدسہ نظام ہوتا ہے۔ شکل ۷۱ میں ایک ایسی نقشہ خسر دین سترہ



شکل ۷۱

مناظری نظام کا خاکہ دکھلایا گیا ہے جس میں ایک پست طاقت کا دیا بہ لگا ہوا ہے۔ روشنی داہنی جانب کے کسی ماخذ سے مثلاً کسی شعلہ سے آکر مکثفہ کے دونوں عدسوں سے گزرنے کے بعد شخص زیر امتحان ط کی جانب مستحق ہوجاتی ہے۔ پھر یہ شعاعیں ط سے متسع ہو کر دہانہ کے دونوں غیر لوئی عدسوں میں سے اور چشمہ کے میدانی عدسہ میں سے گزرنے کے پر اس پر ایک حقیقی خیال پیدا کرتی ہیں۔ پھر یہ چشمی عدسوں میں سے گزر کر ع پر کی آنکھ میں داخل ہوتی ہیں جسے یہ کثیر مجازی خیال سے آتی ہوئی معلوم ہوتی ہیں۔ شکل میں وضاحت کی خاطر شخص کے صرف ایک نقطہ سے متسع ہونے والی شعاعیں دکھلانی گئی ہیں۔

خرد بینوں میں نام طور پر ہونچینس کا چشمہ لگا ہوتا ہے اور اس پر میدانِ نظر کو محدود کر دینے کی غرض سے ایک دیا مزغہ ہوتا ہے۔ آنکھ کو

چشمی حالت پر رکھا جاتا ہے جہاں شعاعیں ایک دوسرے سے قریب ترین ہو جاتی ہیں۔ دہانہ کی تصحیح کوئی ضلالت اور کر دی ضلالت کے لیے کی جانی چاہیے اور اس کو جیسی شرط کا بھی پابند ہونا چاہیے۔ اس آخری شرط کی اہمیت نظری طور پر سب سے پہلے ایسے نے معلوم کی تھی لیکن اس کے پیشتر جتنے اچھے دہانے بنائے گئے تھے ان سب میں اس شرط کی پابندی پائی جاتی تھی۔ خردبین کے دہانے کی تحلیل طاقت معلوم کرنے کے لیے ہم دوربین کے دہانہ کی صورت میں حاصل شدہ نتیجہ کی طرف عود کرتے ہیں۔ ثانی الذکر دہانہ متوازی شعاعوں کو حاصل کر کے اپنے ماسکی مستوی میں خیال پیدا کرتا ہے۔ (۹۱) خردبینی دہانہ کی صورت میں حالات الٹ جاتے ہیں یعنی شخص اس کے ماسکی مستوی کے قریب ہوتا ہے اور شعاعیں اس دہانہ میں سے گزرنے کے بعد تقریباً متوازی ہو جاتے ہیں۔

کمی دوربینی دہانہ کی وجہ سے بننے والے خیال میں دو نقطے علیحدہ علیحدہ عین اس وقت نظر آتے ہیں جبکہ ان کا درمیانی فاصلہ $\frac{۲۲}{۲۵}$ اہلہ

ہو۔ اگر دہانہ کے کسی قطرے محاذی خیال کے مقام پر بننے والا زاویہ ۲۵° ہو تو $\frac{۲۵}{۲۵} = ۱$ بنا بریں خیال کے ایسے دو نقطوں کے درمیانی فاصلہ کو

$$\frac{۶۱}{۶۱} = ۱$$

سے تعبیر کیا جاسکتا ہے، اور اگر یہ نقاط خیال پر نہیں بلکہ شخص پر واقع ہوں تو ہم یہ توقع کر سکتے ہیں کہ خردبین کا دہانہ ان کی تحلیل کر دیگا۔ پس جملہ بالا دو ایسے خطوط کے درمیان قریب ترین فاصلہ کو تقریباً تعبیر کرتا ہے جن کو خردبینی دہانہ عین علیحدہ علیحدہ کر سکتا ہے۔

بایں ہمہ خردبین کی صورت میں زاویہ ۲۵° اتنا بڑا ہوتا ہے کہ

خوردین کی تحلیل طاقت سے اخذ نہیں کی جاسکتی۔ نیز یہ مسئلہ اس امر کی وجہ سے بھی مزید پیچیدہ ہو جاتا ہے کہ جن نقطوں کی تحلیل خوردبین کی وجہ سے عمل میں آتی ہے وہ باہم غیر تابع اور خود منور شخص نہیں ہوتے۔ ان دونوں کو مکثفہ شعاع کے ایک ہی حصہ سے منور کرتا ہے اور اس لیے ان سے آنے والی روشنی کی موجیں متداخل پیدا کرنے کی حالت میں ہوتی ہیں۔ نیز فاصل تنویر کی صورت میں بھی یعنی اس صورت میں جب کہ شعلہ کا خیال مکثفہ کی مدد سے شخص پر دالا جائے، یہ خیال کبھی اتنا واضح نہیں ہوتا کہ ایسے قریب کے دو نقطوں میں سے روشنی کی موجیں ایک دوسرے کے بالکل غیر تابع ہوں۔

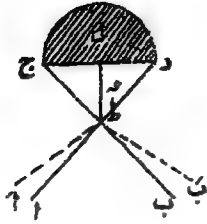
اس امر کا نظری لحاظ کہ تحلیل شدنی نقاط خود منور نہیں ہوتے سب سے پہلے ایسے نے کیا تھا جس نے اس اثر کو بعض اچھے تجربوں کی مدد سے واضح کیا۔ اپنی تحقیق سے وہ بالآخر اس نتیجہ پہنچا کہ دو ایسے نقاط کا قریب ترین فاصلہ جو ایک خوردبین میں علحدہ علحدہ دکھائی دے سکتے ہیں،

$$\frac{\lambda}{2 \sin \theta}$$

ہوتا ہے جہاں λ ، شخص اور دہانہ کے درمیانی واسطہ کا انعطاف نام ہے۔ شخص سے آنے والی روشنی صریحاً دہانہ کی ساری سطح پر واقع ہونی چاہیے۔ ہر حال اس جملہ کی عددی قیمت سابقہ جملہ کی عددی قیمت سے بہت زیادہ مختلف نہیں ہے۔ حاصل ضرب $\lambda \sin \theta$ جب λ کا نام ایسے نے عددی ہوا (ر، ث) رکھا۔

اگر شخص ط ہو اور مکثفہ سے اس پر واقع ہونے والی روشنی کا مخروط ط ب ہو تو اس اتساعی مخروط میں انکساری شکلیں پیدا کریگا اور خوردبین میں نظر آنے والی تفصیل ان شکلوں کی اس تعداد پر

مختصر ہوتی ہے جو دہانہ ل میں داخل ہوتی ہے، یعنی یہ تفصیل مستعملہ ناصیہ موج کے سہوہ پر منحصر ہوتی ہے۔



شکل ۵۸

اگر ط اور دہانہ کی درمیانی فضا، انعطاف نامہ والے تیل سے بھری ہوئی ہو تو شعاعوں کے انعطاف کی وجہ سے مخروط ج ط د اُس روشنی سے بھر جائیگا جو ابتداءً مخروط ا ط ب میں سمیٹتی تھی۔ چنانچہ اس صورت میں ایک نسبتاً بڑے سہوہ والے واقع ناصیہ موج سے کام لیا جاسکتا ہے اور

بنائیں اس صورت میں تحلیل طاقت نسبتاً زیادہ ہوتی ہے۔ ایسے غرق نظام کی صورت میں جزا روشنی کے وسیع تر مخروط سے کام لیے جانے (۹۲) کی وجہ سے اور جزا انکاسی نقصانات کے ساقط ہو جانے کی وجہ سے تصویر میں بھی اضافہ پایا جاتا ہے۔ عددی سہوہ کی بڑی سے بڑی قیمت جو عملاً حاصل کی جاسکتی ہے تقریباً ۱.۶ ہے۔ چنانچہ اگر لہ کو ۳.۵ و ۱۰.۵ ہر مان لیا جائے تو خورد بینی تحلیل کی انتہائی حد

$$۲ \text{ مہ جب } \frac{۵-۱.۰ \times ۵۶۳}{۱۵۶ \times ۲} = ۱۰ \times ۱۵۷ \text{ سمر}$$

قرار پاتی ہے۔ اس میں بلاشبہ یہ مفروضہ مضمر ہے کہ مناظری نظام کافی طور پر کامل ہے یعنی یہ کہ بڑے سہوہ کی وجہ سے تفصیل میں جو اضافہ ہوتا ہے اُس کا نقصان لونی ضلالت یا کروی ضلالت وغیرہ کی وجہ سے نہ ہونا چاہیے۔

طبعی آنکھ صرف ایسے دو نقطوں کو علیحدہ علیحدہ دیکھ سکتی ہے جن کا درمیانی زاویہ کم سے کم ۲۰ دقیقہ یا اوسطاً ۱۵ دقیقہ ہو۔ رویت وسیع کے فاصلہ ۲۵ سمر پر یہ زاویہ ۱۰.۵۱ × ۲۰ سمر کے محاذی بنتا ہے۔ پس

مذکورہ بالا تحلیل طاقت کے لیے ضروری تکبیر

$$۶۵۰ = \frac{۲۱۰ \times ۱۵۱}{۵۱۰ \times ۱۵۷} \text{ (تقریباً)}$$

قرار پاتی ہے۔ اگر تکبیر کو اس سے بھی آگے بڑھایا جائے تو تفصیل میں کوئی مزید اضافہ نہ ہوگا۔ خرد بینوں کی تحلیل طاقت کے امتحان کے لیے جالیوں کے بعض سٹ استعمال کیے جاتے ہیں جن پر کھینچی ہوئی لکیروں کے درمیانی فصل درجہ بدرجہ بڑے ہوتے ہیں۔

کسی خرد بین کی تکبیری طاقت کی پیمائش کے لیے اس کے تحت پر معلوم طول کے نشانوں والا ایک باریک پیمانہ ترتیب دے کر آنکھ کی تمسک اس پیمانے پر اور رویت واضح کے فاصلہ پر خرد بین کے باہر ترتیب دیے ہوئے ایک دوسرے پیمانے پر بیک وقت کر لی جاتی ہے۔ اس تمسک کے عمل میں لانے کا آسان ترین طریقہ یہ ہے کہ چشمہ کے عین اوپر ۵ م کے زاویہ پھر صاف شیشہ کا ایک چھوٹا سا ٹکڑا اس طرح ترتیب دیا جائے کہ چشمہ میں سے آنے والی شعاعیں تو اس میں سے راستہ گزر جائیں اور دوسرے پیمانے سے آنے والی شعاعیں اس سے منعکس ہو جائیں۔ اس طرح دونوں پیمانے ایک دوسرے پر واقع دکھائی دیں گے اور پہلے پیمانے کے نشانوں کی تکبیر آسانی معلوم کر لی جاسکے گی۔ خرد بین کے ساتھ بہت سے دیگر امدادی آلات بھی استعمال کیے جاتے ہیں۔ مثلاً عکاسہ منورہ ایک ایسا آلہ ہے جس کا اصول وہی ہے جو

یہ جالیاں گرتیں Grayson کی جالیوں کے نام سے فروخت ہوتی ہیں۔ فی سمر ... لکیروں والی جالی جس کی قیمت تقریباً ۵ شلنگ ہوتی ہے کسریا دار خرد بین کے ساتھ طلباء کے استعمال کے لیے ایک نہایت موزوں امتحانی شخص کا کام دیتی ہے۔ پھر خرد بین کے سہو کو یہاں تک گھٹایا جاسکتا ہے کہ اس جالی کے خطوط علحدہ علحدہ دکھائی دینے لگیں۔

اوپر تکبیر کی دریافت کی ضمن میں بیان کی ہوئی ترتیب کا ہے۔ اس میں شخص کا کبتر خیال نقشہ کشی کے ایک تختہ پر واقع دکھائی دیتا ہے جس سے اس کا خاکہ بنا لیا جاسکتا ہے۔ اس کے استعمال کے وقت خرد بین کے معمولی چشمہ کی بجائے ایک طیف نمائی چشمہ سے کام لیا جاسکتا ہے جس میں خیال میں (شکل ۸۱) کے ماسکی مستوی میں ایک جھری ہوتی ہے اور آنکھ اور چشمی عدسہ کے درمیان ایک منشور ہوتا ہے۔ قلم نگار سچی کام کے لیے خرد بین کے تحت نیچے ایک تالیف بینی منشور بیٹھا دیا جاتا ہے اور دائرہ یا چشمہ کے عین اوپر ایک تشریحی منشور بٹھا دیا جاتا ہے۔

خرد بینی عکاسی میں یعنی کسی خرد بین سے حاصل شدہ کبتر خیال کی تصویر لیتے وقت خرد بین کی نلی کو افقی وضع میں رکھا جاتا ہے کیونکہ تمسک کے لیے عکاسی کے طویل توسیع کی ضرورت ہوتی ہے۔ تظیلی کام میں بھی خرد بین کی نلی کو افقی وضع ہی میں ترتیب دیا جاتا ہے۔

جب متوازی شعاعوں کی ایک بہت باریک اور حدید نپسل بعض سونتی محلولوں میں افقی سمت میں داخل کی جاتی ہے تو ان محلولوں کے وہ ذرے جو اس نپسل کے راستہ میں حائل ہوتے ہیں روشنی کو کبھیر دیتے ہیں اور اگر کسی انتصابی خرد بین کی تمسک اوپر سے ان ذروں پر کرنی جائے تو کبھری ہوئی روشنی کی مدد سے ان کو دیکھا جاسکتا ہے اس قسم کے انتظام کو بالآخر خرد بین کہتے ہیں۔ اس انتظام سے ایسے ایسے چھوٹے ذرے بھی نظر آجاتے ہیں جو تنویر کے معمولی طریقوں سے دکھائی نہیں دیتے بلکہ واقعہ یہ ہے کہ ہم ایسے چھوٹے ذروں کو بھی دیکھ سکتے ہیں جن کے قطر ۱۰۰۰ مائکرون کے رتبہ کے یعنی سو ڈم نور کے طول موج کے پانچویں حصے کے رتبہ کے ہوں۔ ستاروں کی طرح ان کے زاویئی ابعاد اتنے چھوٹے ہوتے ہیں کہ ان کی قدر کا کوئی اندازہ نہیں ہو سکتا؛ یہ روشنی کے محض نقطئی مبداء

Photomicrography لے

Crystallography لے

Ultramicroscope لے

ہوتے ہیں۔

عکسالہ : عکسالہ بالاتزام ایک مستطیلی کبس پر مشتمل ہوتا ہے

جس کے ایک سرے پر حساس تختی یا فلم رکھی جاتی ہے اور اس کے بالمقابل سرے کے وسط میں ایک عدسہ ہوتا ہے۔ عکاسی کی تختی کا عمل بعد میں سمجھایا جائیگا۔ اس تختی سے عدسہ کا فاصلہ ترتیب پذیر ہونا چاہیے تاکہ تصویر کی نمائیک واضح طور پر کرنی جاسکے، اور عکسالہ میں روشنی عدسہ کے سوا کسی اور راستہ سے داخل نہ ہونی چاہیے۔ عدسے کے قریب ترتیب دیے ہوئے مختلف جبابوں کی مدد سے خیال پیدا کرنے والی پنسلوں کے سہووں کو حسب ضرورت بدلا جاسکتا ہے۔ اس سہوہ کے قطر کو ہمیشہ عدسے کے ماسکی طول کی کسر کے طور پر ظاہر کیا جاتا ہے، مثلاً اگر کسی عدسے سے $m/14$ پر کام لیا جا رہا ہو تو اس کے معنی یہ ہیں کہ حجاب کے سوراخ کا قطر ماسکی طول کا $1/14$ وال حصہ ہے۔ چنانچہ $m/8$ پر کام کرنے والے عدسہ میں سے $m/22$ پر کام کرنے والے عدسہ کی یہ نسبت تقریباً آٹھ گنا روشنی داخل ہوگی۔

عکاسی کی معمولی خشک تختی $h = 252$ اور $d = 10 \times 50$ سم کے درمیان حساس ہوتی ہے لیکن عدسہ کا شیشہ $h = 252$ اور $d = 10 \times 35$ سم کی تمام درمیانی روشنی کو گزرنے نہیں دیتا۔ یہ تختی بتفشی روشنی کے لیے سب سے زیادہ حساس ہوتی ہے۔ اس لیے عدسوں کو موجی طولوں کے اس خطے کے لیے غیر لولی بنالینا چاہیے کہ نظری استعمال کے لیے۔

عکسالہ کے عدسہ کو عام طور پر ایک چمپٹی سطح پر حاصل کی ہوئی تصویریں ایک وسیع زاویہ نظر شامل کر لینا پڑتا ہے۔ بنا بریں اس صورت میں دور بین اور خورد بین کے مقابلہ میں ابہامیت، انحناء اور مسخ کے نقایس زیادہ اہم ہو جاتے ہیں۔ عدسہ کا ثقبہ کم کرنے سے خیال کی تنویر تو گھٹ جائیگی لیکن مسخ کے سوا باقی تمام نقایس بڑی حد تک رفع ہو جاتے ہیں۔

شکل ۱۱۱ میں عدسوں کی دو مشہور قسمیں دکھائی گئی ہیں: پٹزوال کا

تصویری عدسہ، اور زود عمل مستطیقی عدسہ - پٹزوال کا تصویری عدسہ بہت ہی زیادہ زود عمل ہوتا ہے کیونکہ یہ $m \setminus 24$ پر بخوبی کام کر سکتا



شکل ۵۵

ہے۔ اس سے جاندار شخصوں کی تصویر لینے کے علاوہ، اسے مناظری تبدیل میں تقلیل عدسہ کے طور پر بھی استعمال کیا جاتا ہے۔ اس کا حجاب اس کے وسط میں ہوتا ہے۔ اس کے سامنے کا مرکب عدسہ دو ایک ساتھ جڑے ہوئے عدسوں کے ایک غیر لونی جوڑے پر مشتمل ہوتا ہے، اور اس کے پیچھے والے مرکب عدسہ کے دونوں عدسوں کے درمیان ایک چھوٹا سا فاصل چھوڑ دیا جاتا ہے۔ ہر جانب اس میں مسخ کا نقص باقی رہتا ہے اور تصویر کی تنویر تختی کے کناروں کی جانب گھٹتی جاتی ہے۔

زود عمل مستطیقی عدسہ متشکل اور غیر لونی اجزاء پر مشتمل ہوتا ہے۔ ان میں سے ہر ایک ہینز گرائون شیشہ کے ایک محدب عدسہ کو فلٹ شیشہ کے ایک مقعر اعلیٰ عدسہ کے ساتھ ملا کر بنایا جاتا ہے۔ حجاب ان دونوں اجزاء کے درمیان ہوتا ہے۔ یہ عدسہ غیر مسطح ہوتا ہے کیونکہ اس کا ایک جز کسی مربع کے خیال کے ضلعوں کو باہر کی طرف محدب کر دیتا ہے اور اس کا دوسرا جز اس خیزل کے ضلعوں کو باہر کی طرف مقعر کر دیتا ہے اور اس طرح یہ دونوں مسخ ایک دوسرے کی تبدیل کر دیتے ہیں۔

Rapid rectilinear lens

۱۷

Petzval portrait lens

۱۸

Orthoscope

۱۹

ہوتے ہیں۔

عکسالہ : عکسالہ بالاتزام ایک مستطیلی کبس پر مشتمل ہوتا ہے

جس کے ایک سرے پر حساس تختی یا فلم رکھی جاتی ہے اور اس کے بالمقابل سرے کے وسط میں ایک عدسہ ہوتا ہے۔ عکاسی کی تختی کا عمل بعد میں سمجھایا جائیگا۔ اس تختی سے عدسہ کا فاصلہ ترتیب پذیر ہونا چاہیے تاکہ تصویر کی نمائندگی واضح طور پر کرنی جاسکے، اور عکسالہ میں روشنی عدسہ کے سوا کسی اور راستہ سے داخل نہ ہونی چاہیے۔ عدسے کے قریب ترتیب دیے ہوئے مختلف جابوں کی مدد سے خیال پیدا کرنے والی پنسلوں کے سہموں کو حرب ضرورت بدرجاءا سکتا ہے۔ اس سہموں کے قطر کو ہمیشہ عدسے کے ماسکی طول کی کسر کے طور پر ہی ہر کیا جاتا ہے، مثلاً اگر کسی عدسے سے $m/14$ کا کام لیا جا رہا ہو تو اس کے معنی یہ ہیں کہ حجاب کے سوراخ کا قطر ماسکی طول کا $1/14$ وال حصہ ہے۔ چنانچہ $m/8$ پر کام کرنے والے عدسہ میں سے $m/22$ پر کام کرنے والے عدسہ کی بہ نسبت تقریباً آٹھ گنا روشنی داخل ہوگی۔

عکاسی کی معمولی خشک تختی $h = 252$ اور $d = 10 \times 560$ سر کے

درمیان حساس ہوتی ہے لیکن عدسہ کا شیشہ $h = 252$ اور $d = 10 \times 200$ سم کی تمام درمیانی روشنی کو گزرنے نہیں دیتا۔ یہ تختی بنفشہ روشنی کے لیے سب سے زیادہ حساس ہوتی ہے۔ اس لیے عدسوں کو موجی طولوں کے اس خطے کے لیے غیر لولی بنالینا چاہیے کہ نہ نظری استعمال کے لیے۔

عکسالہ کے عدسہ کو عام طور پر ایک چمچی سطح پر حاصل کی ہوئی تصویر میں ایک وسیع زاویہ نظر شامل کر لینا پڑتا ہے۔ بنا بریں اس صورت میں دور بین دور خدو بین کے مقابلہ میں اہمیت، انحراف اور مسخ کے نقائص زیادہ اہم ہو جاتے ہیں۔ عدسہ کا ثقل کم کرنے سے خیال کی تنویر تو گھٹ جائیگی لیکن مسخ کے سوا باقی تمام نقائص بڑی حد تک رفع ہو جاتے ہیں۔

شکل ۱ میں عدسوں کی دو مشہور قسمیں دکھائی گئی ہیں: پڑوال کا

تصویری عدسہ، اور زود عمل مستطبی عدسہ - پٹروال کا تصویری عدسہ بہت ہی زیادہ زود عمل ہوتا ہے کیونکہ یہ $m \backslash m$ پر بخوبی کام کر سکتا



شکل ۳۵

ہے۔ اس سے جاندار شخصوں کی تصویر لینے کے علاوہ، اسے مناظری تبدیل میں تقلیل عدسہ کے طور پر بھی استعمال کیا جاتا ہے۔ اس کا حجاب اس کے وسط میں ہوتا ہے۔ اس کے سامنے کا مرکب عدسہ دو ایک ساتھ جڑے ہوئے عدسوں کے ایک غیر بونی جوڑے پر مشتمل ہوتا ہے، اور اس کے پیچھے والے مرکب عدسہ کے دونوں عدسوں کے درمیان ایک چھوٹا سا فصل چھوڑ دیا جاتا ہے۔ پھر حالی اس میں مسخ کا نقص باقی رہتا ہے اور تصویر کی تنویر تختی کے کناروں کی جانب گھٹتی جاتی ہے۔

زود عمل مستطبی عدسہ متشکل اور غیر بونی اجزاء پر مشتمل ہوتا ہے۔ ان میں سے ہر ایک جز مرزوں شیشہ کے ایک محدب عدسہ کو فلنٹ شیشہ کے ایک مقعر ہالی عدسہ کے ساتھ ملا کر بنایا جاتا ہے۔ حجاب ان دونوں اجزاء کے درمیان ہوتا ہے۔ یہ عدسہ غیر مسطح ہوتا ہے کیونکہ اس کا ایک جز کسی مربع کے خیال کے ضلعوں کو باہر کی طرف محدب کر دیتا ہے اور اس کا دوسرا جز اس خیل کے ضلعوں کو باہر کی طرف مقعر کر دیتا ہے اور اس طرح یہ دونوں مسخ ایک دوسرے کی تبدیل کر دیتے ہیں۔

Rapid rectilinear lens

لہ

Petzval portrait lens

لہ

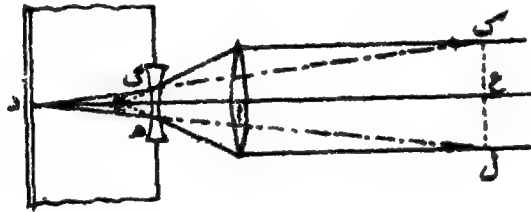
Orthoscopic

لہ

زود عمل مستقیم عدسوں کو ایک عرصہ تک بہت ہی مقبولیت حاصل رہی ہے۔ لیکن آج کل غیر ابہامی عدسوں کی وجہ سے یہ ممتروک ہیں۔

بعید مناظر کی عکاسی : دور کے کسی شخص کے خیال کی قات

عدسہ کے بائیں طول کے ساتھ ساتھ بدلتی جاتی ہے۔ لیکن اگر طویل بائیں طول والا محدب عدسہ استعمال کیا جائے تو اس کو تختی سے بہت بڑے واسطہ پر رکھنا پڑیگا اور بنا بریں عکسالہ نامناسب طور پر لانا ہو جائیگا۔ یہ وقت بعید ضیائی عدسوں اجتماع کے استعمال سے رفع ہو جاتی ہے اور ہم ایک معمولی عکسالہ کی مدد سے بہت ہی کبتر تصویریں حاصل کر سکتے ہیں۔ یہ عدسہ ایک محدب عدسہ اور مقعر عدسہ پر مشتمل ہوتا ہے جن میں سے ہر ایک بجائے خود ایک غیر لونی عدسہ ہوتا ہے۔ ان میں سے مقعر عدسہ اس مقام پر واقع رہتا ہے جہاں کہ عکسالہ کا عدسہ معمولاً لگا رہتا ہے اور محدب عدسہ اس مقعر عدسہ کے سامنے عکسالہ کے باہر واقع رہتا ہے۔ یہ ترتیب شکل ۸ میں



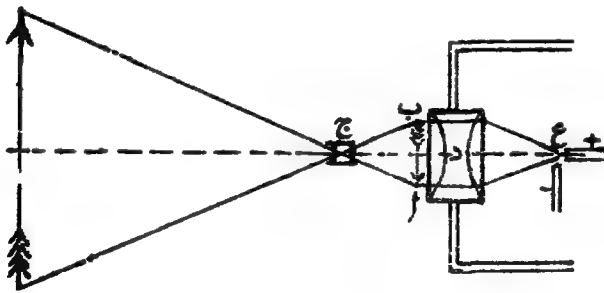
شکل ۸

دکھائی گئی ہے۔ عکسالہ کے عدسہ کو اس میں سے نکال لیا جاتا ہے، نگہ مقعر عدسہ ہے اور محدب عدسہ۔ نور کی متوازی شعاعیں ا پر واقع دکھائی

گئی ہیں۔ اگر مقعر عدسہ نہ ہوتا تو یہ متوازی شعاعیں ج پر ماسکہ میں آجاتیں لیکن یہ مقعر عدسہ ان کو کم مستقیم بنا کر ان کو د پر ماسکہ میں لے آتا ہے۔ شعاعوں د گ اور دھ کو پیچھے کی طرف یہاں تک بڑھانے سے کہ یہ اپنی اصلی سمتوں کو گ اور ل پر قطع کریں، ہمیں معلوم ہوگا کہ م ل خطہ خیال کا صدر مستوی ہے اور د ع اس آلہ کا معادل ماسکی طولی ہے۔ عدسوں کے درمیانی فاصلے کو گھٹانے سے صدر مستوی اور آگے بڑھا جاتا ہے جس سے تکبیر اور بڑھ جاتی ہے۔

مناظری قذیل: شفاف تصویروں کی تطلیل میں جس

قذیل سے کام لیا جاتا ہے اس کا مناظری نظام شکل ۵۵ میں دکھلایا گیا ہے۔ ۲ ب شفاف تصویر کو تعبیر کرتا ہے جس کو اٹا رکھا جاتا ہے۔ ج دہانہ یا تطلیلی عدسہ ہے جو پردہ پر شفاف تصویر کا سیدھا خیال پیدا کرتا ہے اور اس عدسہ کی تیسک سے پردہ کے مختلف محلول کے لیے خیال کو واضح کر لیا جاسکتا ہے۔ بعداً نوزع ایک برقی قوس پر مشتمل ہوتا ہے جس کے مثبت (۹۵) کاربن کو افقی وضع میں اور منفی کاربن کو انتصابی وضع میں ترتیب دیا جاتا

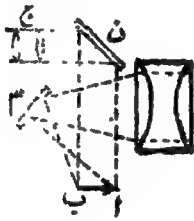


شکل ۵۵

ہے۔ اس انتظام سے قوس سے آنے والی ساری روشنی مکثفہ د پر واقع ہوتی ہے۔ یہ مکثفہ عام طور پر دو مستوی محدب عدسوں پر مشتمل ہوتا ہے

جن کے مستوی رُخ باہر کی طرف رکھے جاتے ہیں۔ اس کا مصرف یہ ہوتا ہے کہ تصویر میں سے جہاں تک ہو سکے روشنی کی زیادہ سے زیادہ مقدار ایک ایسی سمت میں گزارے کہ یہ دہانے میں سے بھی گزر جائے۔ برقی قوس کو ایک دھاتی بکس کے اندر بند کر دیا جاتا ہے تاکہ پردہ پر خیال بنانے والی روشنی کے سوا کوئی اور روشنی باہر نہ آنے پائے۔ برقی قوس کو بجائے آج کل اس غرض کے لیے خاص طور پر بنائے ہوئے گیس بھری پیپوں سے بھی کام لیا جاسکتا ہے لیکن قوس زیادہ منور اور سہولت بخش ہوتا ہے اور اگر دستیاب ہو سکے تو اس کو ہمیشہ ترجیح دی جانی چاہیے۔

غیر شفاف شخصوں کی تطلیل کے لیے آج کل تطلیل نما کے نام سے مختلف آلات فروخت ہوتے ہیں۔ ان سب میں روشنی کے نہایت طاقتور مبادوں کی ضرورت ہوتی ہے۔ شکل ۱۷۵ میں یہ دکھلایا گیا ہے کہ ایک معمولی تطلیلی تبدیل سے یہ کام کیونکر



شکل ۱۷۵

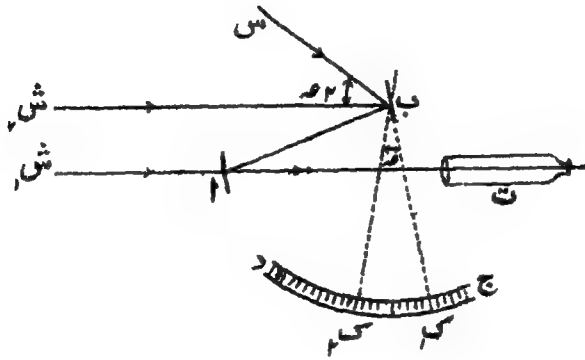
لیا جاسکتا ہے۔ م اور ن دو آئینے ہیں۔ مکتفہ سے آنے والی روشنی آئینہ م سے منعکس ہو کر غیر شفاف شخص اب پر واقع ہوتی ہے جس سے یہ ایک نئے مباد کے طور پر عمل کرتا ہے۔ چنانچہ اس سے بچنے والی

شعاعیں آئینہ ن پر منعکس ہونے کے بعد عدسہ ج کی مدد سے پردہ پر ماسک میں آجاتی ہیں۔ تطلیل نما کی صورت میں شخص اور آئینوں کا اچھی طرح بند رہنا بہت ضروری ہوتا ہے کیونکہ اس صورت میں خیال شفاف شخص کے تطلیلی خیال کے مقابل میں کم روشن ہوتا ہے اور اس لیے منتشر روشنی سے اس کی وضاحت میں بہت کچھ فرق آجاتا ہے۔

شبکیہ پر جو بصری نقوش مرتسم ہوتے ہیں وہ محرک کے دور ہوجانے کے بعد بھی ۱۶ ثانیہ تک قائم رہتے ہیں۔ پس اگر کسی متحرک جسم کی تصویریں ایسی شرح سے لی جائیں جو ۱۶ فی ثانیہ سے کم نہ ہو اور پھر ان تصویروں کو اسی شرح سے پردے پر ڈالا جائے تو یہ جدا جدا تصویریں گداز ہو جاتی ہیں اور مسلسل حرکت کا احساس پیدا کر دیتی ہیں۔ سینمو گراف کا اصول بس یہی ہے۔ یہ تصویریں تظلیلی قندیل کے سلائیڈس سے چھوٹی ہوتی ہیں اور دستور کے تحت ان کی قامت $2 \frac{1}{2} \times 3 \frac{1}{2}$ ہے۔ ان کی تظلیں تقریباً $2 \frac{1}{2} \times 3 \frac{1}{2}$ کے معادل ماسکی طوں والے ایک عدسہ سے کی جاتی ہے۔ یہ تصویریں سٹولائیڈ یا اسی قسم کے کسی اور مادہ کی جھلی پر چھاپی جاتی ہیں۔ یہ جھلی دو چرخوں پر چڑھنی ہوتی ہے اور جب ایک پر سے جھلتی ہے تو دوسری پر لپٹتی جاتی ہے۔ آئینے ایک ایسا انتظام ہوتا ہے جس سے جھلی کو ایک جھٹکا پہنچتا ہے۔ اس سے جھلی بقدر ایک تصویر کے ایک چرخ پر سے کھل کر دوسری پر لپٹ جاتی ہے اور درمیان میں تصویر عدسہ کے ماسی مستوی میں آجاتی ہے جس کے لیے ایک خاص دریچہ بنی ہوتی ہے۔ ہر تصویر اس دریچے کے سامنے تھوڑی دیر کے لیے ٹھہرتی ہے اس وقت پردے پر اس کی تظلیں ہوتی ہے، اس کے بعد اس کو جھٹکا پہنچتا ہے اور وہ آگے بڑھ جاتی ہے اور ایک دوسری تصویر اس کی جگہ لے لیتی ہے، لیکن پہلی تصویر کے آگے بڑھتے اور دوسری کے جگہ لینے کے درمیان میں ایک قطعہ عدسہ کے سامنے آکر روشنی کو روک دیتا ہے۔ جھلی اتنی تو مضبوط ہوتی ہے کہ اس کشاکش کو برداشت کر سکے لیکن ساتھ ہی وہ بہت اشتعال پذیر بھی ہوتی ہے۔ چنانچہ اگر برقی قوس کا خیال ذرا سی دیر کے لیے بھی اس پر واقع ہو جائے تو یہ جل اٹھتی ہے۔

آلہ سدس: پہلے یہ بتایا جا چکا ہے کہ جب ایک آئینہ کو

گھمایا جاتا ہے تو متعکس شعاع آئینہ کی گردش کے زاویہ کے دگنے زاویہ میں گھوم جاتی ہے۔ آئینہ سدس، جو اس اصول پر مبنی ہے، ایک آئینہ ہے جو دور کے دو شخصوں کے محاذی مشاہد پر بننے والے زاویہ کی پیمائش کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔ یہ ایک دور بین فت پر مشتمل ہوتا ہے جو ایک آئینہ اس کی سمت میں ہوتی ہے۔ اس آئینہ کے صرف آدھے حصے پر چاندی چڑھی ہوئی ہوتی ہے



شکل نمبر

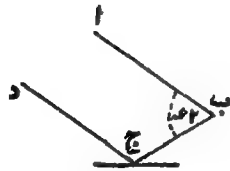
اور اس کا باقی نصف حصہ شفاف ہوتا ہے۔ ب ایک دوسرا آئینہ ہے جس کو ایک نور کے گرد گھمایا جاسکتا ہے۔ اس آئینہ کے ساتھ ایک نمایندہ لگا ہوتا ہے جو درجہ دالہ اور ج د پر حرکت کرتا ہے۔

فرض کرو کہ ایک شخص ایک ایسے فاصلہ پر واقع ہے کہ اس سے ا اور ب پر واقع ہونے والی شعاعیں ش اور ش م باہم متوازی ہیں۔ شعاع ش آئینہ کے شفاف حصے میں سے گزر کر دور بین میں راست داخل ہو جاتی ہے۔ فرض کر آئینہ ب کی وضع ایسی ہے کہ شعاع ش آئینہ ب اور ا پر منعکس ہونے کے بعد دور بین کے اندر شعاع ش کی سمت میں داخل ہو جاتی ہے۔ اس طرح شخص کے یہ دونوں خیال ایک دوسرے پر واقع دکھائی دینگے

جب کی اس وضع سے ماننا، نمایندہ کی خواندگی کو صفر مان لیا جاتا ہے۔ فرض کرو کہ اس صفر سے شہر کے درمیان کو ایک شخص کی سمت میں ترتیب دینے پر دونوں شخصوں کے خیالوں کو انطباق میں لے آنے کے لیے آئینہ ب کو زاویہ ع میں گھمانا پڑتا ہے۔ پتہ چلے ایسی صورت میں آنکھ پر ان دونوں شخصوں کے درمیان بننے والا۔ یہ ہوگا۔ پیمانے ج د پر زاویوں کی اصلی قیمتوں کی دگنی قیمتیں کندہ ہیں۔ اس لیے نمایندہ کی خواندگی ک ک سے آنکھ پر بننے والا درست حاصل ہو جاتا ہے۔

آلہ سدس۔ سورج کے زاویہ قراز کی پیمائش کے لیے استعمال ہوتا ہے۔ اس کے سبب سے ہر طریقہ عمل عام طور پر اختیار کیا جاتا ہے اس کا خاکہ شکل ۷۷ میں دیکھا گیا ہے۔ مشاہد اس آلہ کو ایک ہاتھ میں پکڑے ہوئے اس ہاتھ کی طرف کو اپنے گھٹنے پر ٹیک کر پارہ کی ایک طشتری کے سامنے بیٹھ جاتا ہے۔ بین کو پارہ میں دکھلائی دینے والے سورج کے (۹۶) خیال کی سمت میں۔ اگر نمایندہ کو درجہ دار دائرہ پر یہاں تک ہٹایا جاتا ہے کہ سورج کا وہ سہاں جو نمایندہ سے لگے ہوئے آئینہ پر انعکاس کی وجہ سے

پیدا ہوتا ہے پہلے خیال کے ساتھ منطبق ہو جائے۔ پیمانہ کی اس خواندگی سے زاویہ حاصل ہو جاتا ہے اور چونکہ زاویہ اور ج د متوازی ہیں اس لیے سورج کا ارتفاع ع ہوتا ہے۔ انیس کی



شکل ۷۷

بجائے پارہ کی سطح اس آئینے استعمال کی جاتی ہے کہ یہ سطح عمل جاذبہ کے تحت خود بخود افقی وضع میں آ جاتی ہے۔

سمندر پر سورج اور افقی سطح کا درمیانی زاویہ ناپ لیا جاتا ہے۔ ایک شکل کی مدد سے یہ آسانی ثابت کیا جاسکتا ہے کہ دوپہر کے وقت سورج کے ارتفاع کی قیمتیں سے عرض بلد کی قیمت اخذ کر لی جاسکتی ہے کیونکہ

فلکی اجسام میں سورج کا محل معلوم ہے۔ اگر سورج کے بلند ترین ارتفاع کا وقت ایک ایسے وقت پیمائے کی مدد سے جو گریونیوچ کے وقت کے ساتھ مطابقت رکھتا ہو، معلوم کر لیا جائے تو سورج گریونیوچ پر نصف النہار کے اوپر آجانے کے بعد سے لے کر زمین کی گردش کی مدت معلوم ہو جاتی ہے اور اس سے طول بلد کی تعیین ہو سکتی ہے۔

مثالیں

(۱) اگر ایک ایسی دوربین کے دہانہ کا نصف حصہ جو چاند کی سمت میں ترتیب دی ہوئی ہے، ڈھک دیا جائے تو اس دوربین میں دکھائی دینے والے چاند کی شبہت کس طرح متاثر ہوگی؟

(۲) ایک دوربین میں جس کے دہانہ کا قطر ۹ انچ ہے دو ستارے جین علیحدہ علیحدہ دکھائی دیتے ہیں۔ نظری طور پر ان کے ذروں کے درمیان زاویائی فاصلہ کیا ہے؟

(۳) ایک کارڈ پر ایک دوسرے کے قریب دو خط کھینچو اور ان کی طرف ایک آنکھ کے قریب رکھے ہوئے تکبیری شیشہ میں سے دیکھو۔ اس کے ساتھ ساتھ دوسری آنکھ سے رویت واضح کے فاصلہ پر ترتیب دیے ہوئے ایک پیمانے کی طرف دیکھو۔ ان خطوط کے خیالوں کو پیمانے پر واقع کر اگر ان خیالات کا درمیانی فاصلہ ناپ لینے سے تکبیری شیشہ کی تکبیری طاقت معلوم کی جاسکتی ہے۔ اس قیمت کا مقابلہ نظری قیمت کے ساتھ کرو۔

(۴) کسی طیف پیمائی کی دوربین کی تکبیر حسب ذیل طریقوں سے معلوم کرو

(۱) اس کے اجزاء کو الگ الگ کر کے اس کے عدسوں کے ماسکی طول علیحدہ علیحدہ معلوم کرو پھر ضابطہ $\frac{M}{m}$ کی مدد سے تکبیر حاصل کرو (ب) منور پیمانے اور

متحرک نمائندہ کے طریقے سے جس کی تشریح صفحہ ۱۶ پر کی گئی ہے (ج) دہانہ اور چشمی حلقہ کے قطروں کی پیمائش سے (صفحہ ۱۵۹)۔

(۵) اس دور بین کے سامنے تار کی ایک جالی قائم کر دو جس کے پیچھے ایک پستلا کا غذا لگا ہو۔ اس جالی کو منظور کر کے وہ بڑے سے بڑا فاصلہ معلوم کرو جس پر دور بین میں اس جالی کے تار علیحدہ علیحدہ دکھائی دیتے ہیں۔ اس سے اس دور بین کی تحلیلی طاقت محسوب کر کے اس کا مقابلہ نظری قیمت کے ساتھ کرو۔ پھر اس دور بین کے دہانے کے ثقبہ کو گھٹا کر دیکھو کہ اس سے تحلیلی طاقت کی تجربی قیمت میں کیا فرق آتا ہے۔

(۶) اسی دور بین سے زہرہ، مشتری، اور چاند کی طرف دیکھو۔

(۷) صفحہ ۱۷۱ پر بیان کیے ہوئے طریقہ سے کسی خرد بین کی تکبیر دریافت کرو۔ پھر اس نتیجہ کا مقابلہ نظری منابطہ سے حاصل ہونے والی قیمت کے ساتھ کرو۔



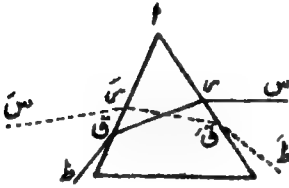
ساقواں باب

طیف پیمیا اور انعطاف نماؤں کی تعیین

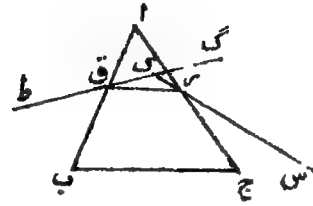
(۹۸) شیشہ کے انعطاف نما کی تعیین کا سب سے سیدھا سادھا طریقہ یہ ہے کہ اس کا ایک منشور لے کر طیف پیمیا سے اس کا انعطاف نما معلوم کر لیا جائے۔ علم ہندسہ میں منشور سے مراد ایک کثیرالسطوح ہے جس کے دو رخ متوازی، مساوی اور مشابہ کثیرالاضلاع ہوں اور جس کے باقی رخ متوازی الاضلاع ہوں۔ لیکن علم مناظر میں منشور سے ہمیشہ مثلثی قاعدہ پر کھڑا ہوا ایک قائم منشور مراد ہوتی ہے۔ ہر وہ مستوی جو منشور کے پہلوؤں پر عمودوار ہو صدر مستوی کہلاتا ہے۔ چنانچہ اگر روشنی کی کوئی شعاع منشور کے کسی ایک رخ پر کسی صدر مستوی میں واقع ہو تو یہ شعاع منشور میں سے اپنے نذر کے سارے دوران میں اور اس سے نکلنے کے بعد صریحاً اسی مستوی میں رہے گی۔

فرض کرو کہ شکل ۵۹ شیشہ کے ایک منشور کی اس تراش کو تعبیر کرتی ہے جو ایک صدر مستوی سے حاصل ہوتی ہے۔ فرض کرو کہ طاق روشنی کی ایک شعاع ہے جو رخ ۱ ب کے نقطہ ق پر واقع ہوتی ہے۔ یہ نقطہ

ق پر منعطف ہونے کے بعد ق س کی سمت میں حرکت کرتی ہے اور دوسرے رُخ کے نقطہ س پر منعطف ہو کر س س کی سمت میں باہر آ جاتی ہے۔



شکل ۹

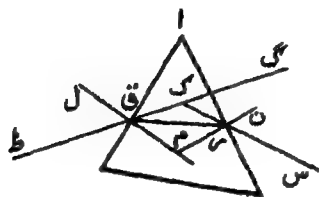


شکل ۱۰

کنارہ ا کو یعنی اس کنارہ کو جس پر وہ رُخ جن میں سے روشنی گزرتی ہے ملتے ہیں، منشور کا انعطاف انگیز کنارہ کہتے ہیں۔ ط ق کو گ تک بٹھاؤ اور س س کو یہاں تک بڑھاؤ کہ یہ ط ق محدودہ کو گ پر قطع کرے۔ زاویہ گ گ س یعنی وہ زاویہ جو شعاع واقع اور شعاع خارج کے درمیان بنتا ہے اس منشور کی وجہ سے پیدا شدہ زاویہ انحراف کہلاتا ہے۔

اگر رُخ ا ب پر شعاع ط ق کا زاویہ وقوع بدلتا جائے تو زاویہ انحراف بھی بدلتا جائیگا۔ اگر شعاع واقع اور شعاع خارج منشور کے رخوں سے مساوی زاویہ بنائیں یعنی اگر ا ق = ا س تو انحراف اقل ہوتا ہے اور ایسی صورت بس کہتے کہ منشور اقل انحراف کی وضع میں ہے۔ یہ بات باسانی ثابت کی جاسکتی ہے۔ چنانچہ فرض کرو کہ کسی اور شعاع ط ق س س (شکل ۱۱) کا انحراف اقل ہے۔ تب اس منشور میں سے متشاکلا مخالف سمت میں گزرنے والی شعاع ط ق س س کا انحراف بھی وہی ہوگا جو کہ شعاع ط ق س س کا انحراف ہے کیونکہ اس صورت میں بھی ا ق = ا س اور ا س = ا س بنا بریں آخر الذکر انحراف اقل نہیں ہو سکتا۔

(۹۹) اب فرض کرو کہ شکل ۱۱۱ اقل انحراف کی وضع کو تعبیر کرتی ہے اور
 ل م اور م ن ایک شعاع ط ق س س کے نقاط وقوع اور خروج پر



شکل ۹۱

عماد ہیں۔ فرض کرو کہ

طیقل = دس سرن = دے اور دسرقم = قمرام = دے

اور زاویہ اقل انحراف = θ . بتابریں :

م = دگ ک س = دگ ق س + دگ س ق

$$= \text{دک ق م} - \text{د مرق م} + \text{دک مرم} - \text{دق مرم}$$

$$= 2 (q - e)$$

نیز $\Delta C_p = + \Delta S_p = 1 - \pi$

اور $\Delta \text{ اق م} + \Delta \text{ اق م} = \Delta \text{ اق م} - \Delta \text{ اق م} + \Delta \text{ اق م} - \Delta \text{ اق م}$

$$2 - \pi =$$

پس ۱ = ۲ یعنی $\frac{1}{2} =$ اور یہ قیمت ۲ کے لیے اوپر حاصل شدہ جملہ میں درج کرنے سے :

$$\frac{x+1}{2} = \frac{(1-\frac{1}{2})^2}{2} = \frac{1}{4}$$

لیکن بموجب تعریف الغطات نما

حجۃ

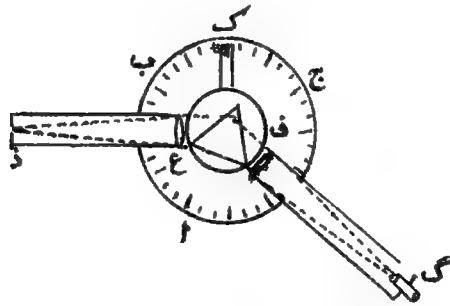
پیسۃ اور طہ کی قیمتیں درج کرنے پر:

جب طہ

$$\frac{\text{جب } \frac{1}{2} = \frac{\text{جب } \frac{1}{2} + 1}{2}}$$

پس اگر ۱ اور ۲ معلوم کر لیے جائیں تو ۲ کی قیمت محسوب کر لی جاسکتی ہے۔ اس ضابطہ کو یاد رکھنے کا ایک آسان طریقہ یہ ہے کہ ہم اس صورت پر غور کریں جبکہ یہ منشور شیشہ کی بجائے ہوا کا بنا ہوا ہو۔ اس صورت میں ۲ صفر ہو جائیگا اور بنا بریں ۲ مساوی ہوگا ۱ کے۔

طیف پیمیا وہ آلہ ہے جس سے ۱ اور ۲ کی تعین آسانی کی جاسکتی ہے۔ اقل انحراف کی وضع میں ترتیب دیے ہوئے ایک طیف پیمیا کا خاکہ شکل ۹۲ میں دکھلایا گیا ہے۔ یہ بالائزمام ایک درجہ دار دائرہ ۱ ب ج پر مشتمل ہوتا ہے جس کے محور کے گرد ایک توازی گریز د ع اور ایک دور بین ف گ گردش کر سکتی ہے۔ توازی گریز ایک نلی ہوتی ہے جس کے ایک سرے ع پر ایک غیر لونی محدب عدسہ ہوتا ہے اور جس کے دوسرے سرے د پر اور اس



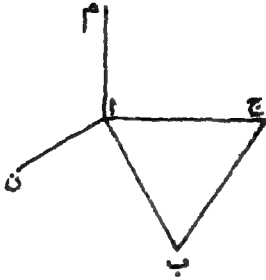
شکل ۹۲

محدب عدسہ کے ٹھیک ماسک پر ایک جھری ہوتی ہے۔ روشنی کی جو شعاعیں جھری میں داخل ہوتی ہیں وہ عدسہ میں سے گزر کر ایک متوازی پنسل کی

شکل میں باہر آتی ہیں۔ پھر منشور کی وجہ سے منحرف ہو کر یہ دور بین کے دہانہ پر واقع ہوتی ہیں۔ چونکہ یہ دور بین فلکی دور بین ہوتی ہے اس لیے یہ شعاعیں مستقیم ہو کر ایک حقیقی خیال پیدا کرتی ہیں جس کا مشاہدہ اس کے رئیس مدنی والے چشمہ میں سے کیا جاتا ہے۔ منشور کو ایک میز پر بٹھایا جاتا ہے جس کو درجہ دار پیمانے کے محور کے گرد گھمایا جاسکتا ہے اور جس کی گردش کسریہ پیمائش کی مدد سے پڑھ لی جاسکتی ہے۔ درجہ دار پیمانہ پر دور بین کا محل بھی ایک اور کسریہ پیمائش کی مدد سے پڑھ لیا جاسکتا ہے۔ چونکہ یہ کی قیمت مستعمل روشنی کے رنگ کے ساتھ ساتھ بدلتی جاتی ہے اس لیے عام طور پر بنسنی شعلہ میں سوڈیم کے کسی نمک کو گرم کر کے اس سے پیدا ہونے والی نزدیک فونی نور سے مبداء نوک کا کام لیا جاتا ہے۔ اس کے لیے بہترین نمک سوڈیم بائی کاربونیٹ ہے، پلانٹیم کے کسی باریک تار کے سرے پر بنے ہوئے ایک چھوٹے سے حلقہ میں اس نمک کا ایک دانہ لے کر اس کو شعلہ کے کنارے میں پکڑے رہنے سے دیر تک ایک گہرے زرد رنگ کی روشنی حاصل ہوتی ہے۔

یہ کی پیمائش کے لیے پہلے منشور کو ہٹا دیا جاتا ہے اور دور بین کو توازی گر کی سیدھ میں لے آتے ہیں۔ اس سے بھری کا خیال دور بین کے میدان میں نظر آ جاتا ہے اور پھر دور بین کو یہاں تک گھمایا جاتا ہے کہ یہ خیال صلیبی تاروں کے ساتھ منطبق ہو جائے۔ یہ خواندگی لے لی جاتی ہے۔ اس کے بعد منشور کو اپنی میز پر رکھ کر دور بین کو اس طرح گھمایا جاتا ہے کہ اس میں منشور میں سے گزرنے والی روشنی کی وجہ سے بننے والا بھری کا خیال دکھائی دینے لگے۔ پھر منشور کو اس طرح گھمایا جاتا ہے کہ یہ اقل انحراف کی وضع میں آجائے۔ اس محل کی شناخت باسانی ہو جاتی ہے کیونکہ اس محل پر بھری کا خیال میدان میں واپس لوٹ کر مخالف سمت میں حرکت کرنے لگتا ہے۔ جب یہ محل حاصل ہو جائے تو درجہ دار دائرہ کی خواندگی کر لی جاتی ہے۔ ان دونوں خواندگیوں کا فرق یہ کو تعبیر کرتا ہے۔

منشور کے زاویہ انکسار کی پیمائش کے لیے ہم دو طریقے اختیار کر سکتے



شکل ۹۴

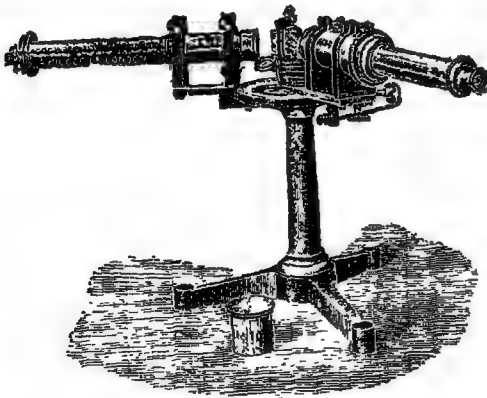
یہ اس لیے کہ دوسری وضع
میں ایک رخ کے عماد کی سمت
وہی ہوتی ہے جو پہلی وضع میں
دوسرے رخ کے عماد کی سمت
(شکل ۹۴) - پس منشور کی
گردش کا زاویہ :

$$= 2\pi - 1 - \pi$$

شکلوں ۹۵ اور ۹۶

میں دو ایسے طیف پیا دکھلائے
گئے ہیں جو بکثرت استعمال میں

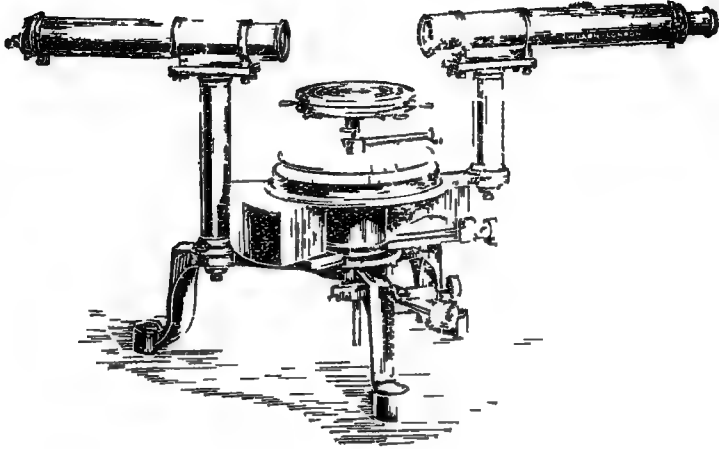
ہیں۔ دوسرے طیف پیا میں جو نسبتاً زیادہ مکمل آلہ ہے دور بین کو
متوازن کیا جاتا ہے تاکہ گردش کے دوران میں اس میں بگاڑ پیدا (۱۰۲)



شکل ۹۵

نہ ہونے پائے۔ منشور کی میز اور دور بین دونوں کے ساتھ ان کو کس دینے
اور ان کی سمت حرکت کا انتظام ہوتا ہے نیز اس میں منشور کی

میز کو اونچا نیچا بھی کیا جاسکتا ہے اور اس کے ساتھ تسطیحی پیچ بھی لگے ہوتے ہیں۔



شکل ۱۹۱

طیف پیمیا کی ترتیب :

ضروری ہوتا ہے کہ :

- (۱) دور بین کی تمسک متوازی شعاعوں کے لیے کر لی جائے۔
- (ب) توازی گر کی تمسک متوازی شعاعوں کے لیے کر لی جائے۔
- (ج) دور بین اور توازی گر کے مناظری محور آلہ کے گردشی محور پر عمود وار ہوں۔

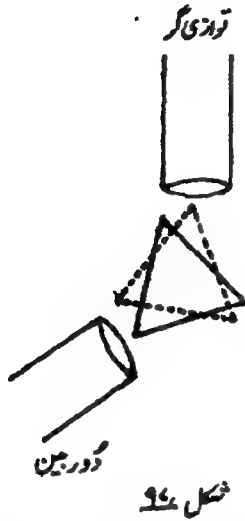
(د) منشور کا انعطاف انگلیہ کنارہ آلہ کے گردشی محور کے متوازی ہو۔
ترتیب (۱) کے عمل میں لانے کا آسان ترین طریقہ یہ ہے کہ آلہ سے دور بین کو نکال کر اس میں سے کسی سفید سطح کو دیکھتے ہوئے چشمہ کو

اندر باہر سرکا کر اس طرح ترتیب دیا جائے کہ اس کے صلیبی تار جہاں تک ہو سکے واضح ترین دکھائی دینے لگیں۔ اس سے چشمہ اور صلیبی تاروں کا اضافی فاصلہ معین ہو جاتا ہے۔ پھر اس دور بین کو کسی کھلی کھڑکی کے پاس لے جا کر اس میں سے کسی گرجے یا دھواں دانی کے مینار کی طرف دیکھتے ہوئے اس کی تمسک اس کے ساتھ لگی ہوئی دت پٹی کی مدد سے اس طرح کی جاتی ہے کہ اس شخص کا خیال جہاں تک ہو سکے واضح ترین نظر آنے لگے۔ اس سے دہانہ اور صلیبی تاروں کا اضافی فاصلہ معین ہو جاتا ہے اور یہ ترتیب مکمل ہو جاتی ہے۔

اس کے بعد دور بین کو طیف پیا میں اپنی جگہ بٹھا کر توازی گری کی سیدھ میں گھادیا جاتا ہے۔ پھر توازی گری کی بھری کو سوڈیم کی روشنی سے منور کر کے اس کا فاصلہ اپنے دہانہ سے اس طرح ترتیب دیا جاتا ہے کہ دور بین میں سے دیکھتے پر بھری کا خیال حتی الامکان واضح ترین نظر آنے لگے۔ اس سے توازی گری کی تمسک منور کی شعاعوں کے لیے ہو جاتی ہے۔

اگر دور بین کو آدھ سے علیحدہ نہ کیا جاسکتا ہو، جیسا کہ شکل ۹۶ میں دکھلائے ہوئے طیف پیا کی صورت میں ہوتا ہے، تو چشمہ کی تمسک صلیبی تاروں پر کر لینے کے بعد حسب ذیل طریقہ اختیار کیا جاسکتا ہے جو (۱۰۳) شوسٹر کا طریقہ کہلاتا ہے۔ بھری کو سوڈیم کے نور سے منور کر کے منشور کو اس کی میز پر اس طرح رکھا جاتا ہے کہ بھری کے انعطافی خیال کا انحراف اقل انحراف سے بڑا ہو۔ چنانچہ ایک دیے ہوئے انحراف کے لیے منشور کے دو ممکنہ محل ہوتے ہیں؛ ایک وہ جو مسلسل خطوط سے تعبیر کیا گیا ہے اور جس میں بھری کا ایک چوڑا خیال حاصل ہوتا ہے، اور دوسرے وہ جو نقطہ دار خطوط سے تعبیر کیا گیا ہے اور جس میں بھری کا ایک

باریک خیال حاصل ہوتا ہے۔ فرض کرو کہ منشور نقطہ دار خطوں سے تعبیر کی ہوئی



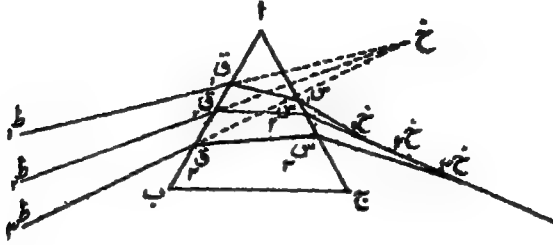
شکل ۷۷

وضع میں رکھا ہوا ہے یعنی توازی گر سے آنے والی شعاعیں اس پر اقل انحراف کی وضع کے مقابلہ میں زیادہ مائل طور پر واقع ہوتی ہیں۔ نیز فرض کرو کہ دور بین اور توازی گر دونوں غیر مرتب حالت میں ہیں اور بھری کا خیال غیر واضح ہے۔ دور بین کی تمسک یہاں تک کرو کہ بھری کا خیال واضح ہو جائے۔ پھر منشور کو گھما کر دوسری وضع میں لے آؤ۔ خیال کر رہے ہو واضح ہو جائیگا۔

اب توازی گر کی تمسک کرو تا آنکہ خیال مکرر واضح ہو جائے۔ اس کے بعد منشور کو پھر اس کی پہلی وضع میں گھاؤ اور اگر خیال پورے طور پر واضح نہ ہو تو دور بین کی تمسک سے اس کو واضح کر لو۔ اور علیٰ ہذا۔ جب خیال دونوں وضعوں میں واضح نظر آئے تو اس کے معنی یہ ہیں کہ دور بین اور توازی گر کی تمسک متوازی شعاعوں کے لیے ہو چکی ہے۔ عملاً عام طور پر تین سے زیادہ مرتبہ تمسک کی ضرورت نہیں ہوتی۔ نیز اگر کوئی غلطی سرزد ہوئی ہو اور دور بین اور توازی گر کی تمسک غلط ترتیب میں کی گئی ہو تو یہ بات خیال کی عدم وضاحت کے اضافہ سے فوراً ظاہر ہو جائیگی۔

اس طریقہ کا اصول شکل ۷۸ کے مطالعہ سے آسانی سمجھ میں آجائیگا۔ طرخ طم شعاعوں کی ایک ایسی پنسل ہے جو منشور ابج کے موجود نہ ہونے کی صورت میں ایک نقطہ طرخ کی جانب مستقیم ہوتی۔ یہ منشور اس طرح رکھا ہوا ہے کہ شعاع طرخ ق میں اقل انحراف پیدا

ہوتا ہے۔ فرض کرو کہ شعاعوں کی ایک نہایت باریک پنسل جس کی صدر شعاع



شکل ۹۰

ط، ق، ہے خ کی جانب مستقیم ہوتی ہے۔ چنانچہ شعاع ط، ق، منطف ہونے کے بعد س، خ، کو س، اور خ کے درمیان نقطہ خ، پر قطع کرنی چاہیے اور شعاع ط، ق، انعطاف کے بعد س، خ، کو خ، سے بعید ایک نقطہ خ، پر قطع کرنی چاہیے۔ اس لیے اگر ہم ط، خ، کو ایک علیحدہ پنسل خیال کریں تو یہ انعطاف کے بعد زیادہ مستقیم ہوگی اور اگر ہم ط، خ، کو ایک علیحدہ پنسل تصور کریں تو یہ انعطاف کے بعد کم مستقیم ہوگی۔ (۱۰۴)

یعنی اگر کوئی پنسل اقل انحراف کی مماثل سمت کے مقابلہ میں کم مائل طور پر واقع ہو تو یہ منشور کی وجہ سے منعطف ہونے کے بعد کم متوازی ہو جاتی ہے اور اگر یہ اقل انحراف کی مماثل سمت کے مقابلہ میں زیادہ مائل طور پر واقع ہو تو یہ منشور کی وجہ سے منعطف ہونے کے بعد زیادہ متوازی ہو جاتی ہے۔ اسی طرح ایک دوسری شکل کھینچ کر یہ ثابت کیا جاسکتا ہے کہ کسی نقطہ سے متبع ہونے والی پنسل کی صورت میں بھی یہی بات صادق آتی ہے۔ اب عملی صورت پر غور کرو۔ فرض کرو کہ جب روشنی کا وقوع اقل انحراف کی مماثل سمت کے مقابلہ میں کم مائل تھا تو دور بین مسیک کی حالت میں تھی اور یہ کہ منشور کو دوسری وضع میں گھمایا جاتا ہے۔ اس سے دور بین میں داخل ہونے والی شعاعیں زیادہ متوازی ہو جاتی ہیں

اور دور بین کی مکرر تمسک سے اس کی تمسک کی حالت متوازی شعاعوں کے لیے اور بہتر ہو جاتی ہے۔ اب منشور کو اس کی پہلی وضع میں واپس گھما دو۔ اس سے دور بین میں داخل ہونے والی پنسل صورت حال کے اعتبار سے یا تو بہت زیادہ مستقیم ہو جائیگی یا بہت زیادہ متعرج اور اگر ہم کی تصحیح توازی گر کی ترتیب سے کر لیں تو توازی گر کی تمسک کی حالت متوازی شعاعوں کے لیے صحیح رہے گی۔

ترتیب (ج) کی ضرورت شاذ و نادر ہی پیش آتی ہے۔ سادہ قسم کے آلات میں ان کے بنانے والے خود ہمیشہ کے لیے اس کی تکمیل کر لیتے ہیں۔ زیادہ نازک آلات کی صورت میں یہ ترتیب گگاؤس کے چشمہ کی مدد سے عمل میں لائی جاتی ہے۔

گگاؤس کا چشمہ شکل ۹۹ میں دکھلایا گیا ہے۔ یہ محض ایک مثبت چشمہ ہوتا ہے جس کی نلی کے پہلو میں ایک سوراخ ہوتا ہے اور اس کے عدسوں کے درمیان نلی کے محور سے ۵۴° کے زاویہ پر مائل شفاف شیشہ کی ایک تختی ب ہوتی ہے۔



دور بین کے مناظری محور کو آلہ کے گردشی محور کے علی القوام ترتیب

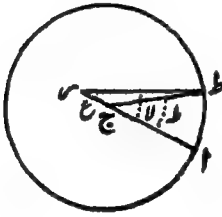
دینے کے لیے منشور کی میز پر شفاف شیشہ کی ایک مستوی متوازی تختی آلہ کے گردشی محور کے اس قدر متوازی جس قدر کہ آنکھ سے دیکھا جاسکتا ہو قائم کر دو۔ چشمہ کے سوراخ میں سے شکل ۹۹ کے مطابق روشنی داخل کرو تاکہ شعاعیں شیشہ کی تختی سے منعکس ہو کر دور بین کی نلی اور اس کے دہانہ میں سے گزر جائیں۔ منشور کی میز کو اس طرح گھماؤ کہ اس پر قائم کی ہوئی شیشہ کی تختی ان شعاعوں کو دور بین اور اس کے چشمہ میں سے ہوتے ہوئے مشاہد کی آنکھ کے اندر واپس منعکس کر دے اس سے مشاہد کو

صلیبی تاروں کا ایک خیال خود صلیبی تاروں پر نظر آ جانا چاہیے۔ اگر اس کو یہ خیال پہلے پہل نظر نہ آئے تو اس کو غالباً اس سہوہ کے دائری کنارہ کے ایک حصہ کا خیال دکھائی دے گا۔ جس پر کہ صلیبی تار چسپاں رہتے ہیں۔ اس خیال کو دہائی کی مدد سے واضح کر لیا جاسکتا ہے۔ یہ عمل متوازی شعاعوں کے لیے دور بین کی تمسک کا معادل ہے۔ اور اس سے صلیبی تاروں کا خیال نظر آ جائیگا۔ اس کے بعد منشور کی میز کو، اس پر کی شیشہ کی تختی کو ہٹائے بغیر ۸۰° کے زاویہ میں گھا دو صلیبی تاروں کا ایک خیال مکرر نظر آئیگا لیکن یہ میدان کے ایک مختلف حصہ میں واقع ہوگا۔ اس کی وجہ شیشہ کی تختی کا گردشی محور کے ٹھیک متوازی نہ ہونا ہے اور یہ نقص منشوری میز کے تسطیحی بیچوں کی مدد سے رفع کر لیا جانا چاہیے۔ پھر جب دونوں اوقات خیال میدان میں ایک ہی مقام پر دکھائی دے تو دور بین کے محور کے میلان کو اس مقصد کے لیے ہتیا کیے ہوئے انعطام کی مدد سے یہاں تک بدلنا چاہیے کہ یہ خیال خود صلیبی تاروں پر منطبق ہو جائے۔ اس سے دور بین کا محور آلہ کے گردشی محور کے علی القواہم ترتیب پا جائیگا۔ اگر شیشہ کی مستطیل تختی کے رخ ایک دوسرے کے ٹھیک متوازی نہ ہو تو صلیبی تاروں کے دو خیال پیدا ہونگے جن میں سے ایک ایک رخ کی وجہ سے اور دوسرا دوسرے رخ کی وجہ سے ہوگا۔ لیکن یہ خیال ایک دوسرے سے اتنے دور واقع نہیں ہوتے کہ تکلیف دہ ہو جائیں۔

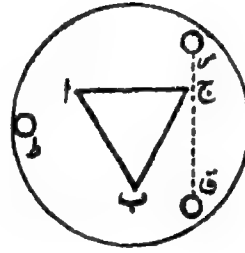
دور بین کے محور کو ترتیب دے لینے کے بعد توازی گر کے میلان کو یہاں تک بدلنا چاہیے کہ صلیبی تار جھری کے خیال کے ٹھیک وسط میں دکھائی دینے لگیں۔ اس سے توازی گر کا محور آلہ کے گردشی محور کے علی القواہم ترتیب پا جائیگا۔

ترتیب (د) کے عمل میں لانے کے دو طریقے ہیں۔ فرض کرو کہ ہمیں کنارہ ۱ کو گردشی محور کے متوازی ترتیب دینا ہے۔ پہلے ہمیں منشور کو اس طرح رکھنا چاہیے کہ کنارہ ۱ پر ملنے والے رخوں میں سے ایک بالفرض جج ہسطیحی بیچوں میں سے کوئی دو کو بالفرض م اور ق کو ملانے والے خط کے علی القواہم ہو

اس کے بعد دو طریقے اختیار کیے جاسکتے ہیں۔ پہلے طریقے میں گھاؤس کے چشمہ سے مدد لے کر دور بین کو رخ ۱ ج کے علی القوائیم ترتیب دیا جاتا ہے تینوں تسطیحی بیچوں کی ترتیب سے صلیبی تاروں اور ان کے خیال کو منطبق کر لیا جاتا ہے پھر دور بین کو رخ ۲ اب کے علی القوائیم ترتیب دے کر صلیبی تاروں اور ان کے خیال کا انطباق صرف پیچ ط کی ترتیب سے حاصل کیا جاتا ہے۔



شکل ۱۵



شکل ۱۶

اس سے دوسرے رخ کی ترتیب میں خلل واقع نہ ہوگا۔ دوسرے طریقے میں توازی گر کو کنارہ ۱ کی سیدھ میں لے کر اس کی جھری کو منور کیا جاتا ہے پھر رخوں ۱ ج اور ۲ اب کے انعکاسوں کی وجہ سے جھری کے جو خیال حاصل ہوتے ہیں ان کا معائنہ دور بین کی مدد سے کرتے ہوئے مشوری میز کے تسطیحی بیچوں کو اس طرح ترتیب دیا جاتا ہے کہ یہ دونوں خیال میدان میں اپنی مناسب بلندی پر دکھائی دیں یعنی صلیبی تار ان کی تنصیف کریں۔ پہلے رخ ۱ ج کی وجہ سے بننے والے خیال کو تینوں بیچوں کی مدد سے ترتیب دیا جاتا ہے اور پھر رخ ۲ اب کی وجہ سے بننے والے خیال کو صرف پیچ ط کی مدد سے۔

ان دونوں طریقوں میں یہ فرض کر لیا جاتا ہے کہ دور بین آنہ کے گردشی محور کے علی القوائیم ہے اور دوسرے طریقے میں یہ بھی مان لیا جاتا

ہے کہ توازی گر بھی آدہ کے گردشی محور کے علی القوایم ہے۔ ان دونوں طریقوں میں دوسرا طریقہ نسبتاً زیادہ آسان ہے۔

صحیح طیف پیاؤں میں دور بین کی گردش پڑھنے کے لیے دو کسر پیا ہوتے ہیں جو ایک دوسرے سے ٹھیک ۱۸۰ کا زاویہ بناتے ہیں اسی طرح منشور کی میز کی گردش پڑھنے کے لیے بھی دو کسر پیا ہوتے ہیں۔ عام طور پر زاویوں کے درجے تو صرف کسی ایک کسر پیا کی مدد سے پڑھ لیے جاتے ہیں لیکن ان کے دقیقے اور ثانیے دونوں کسر پیاؤں کی مدد سے پڑھ کر ان کا اوسط لیا جاتا ہے۔ (۱۰۶)

اس سے جو خط درجہ دار دائرہ کے خروج المرکز کی وجہ سے یعنی درجہ دار دائرہ کے ہندی مرکز میں سے گردش محور کے نہ گزرنے کی وجہ سے پیدا ہوتی ہے وہ ساقط ہو جاتی ہے۔ چنانچہ فرض کرو کہ ج درجہ دار دائرہ کا ہندی مرکز ہے اور س گردش مرکز ہے اور ط بالفرض دور بین کا محل ہے۔ فرض کرو کہ س ج = ع، س ج ممدودہ محیط سے ۱ پر ملتا ہے اور ج ط = ص بنا بریں ط = ۷ ط ج ۱ دور بین کے ظاہری محل کو تعبیر کرتا ہے اور لا = ۷ ط س ج اس کا اصلی محل ہے۔ پس مثلث س ج ط میں :

$$\frac{ع}{ص} = \frac{س ج}{ج ط} = \frac{ج س ط ج}{ج ب (ط - لا)} = \frac{ج ب لا}{ج ب لا}$$

یا چونکہ (ط - لا) ایک چھوٹا زاویہ ہے اس لیے :

$$\frac{ع}{ص} = ج ب لا = ط - لا$$

$$پس لا = ط - \frac{ع}{ص} ج ب لا$$

اگر س ط ۱۸۰ کے زاویہ میں گھوم جائے اور لا میں ۱۸۰ کا اضافہ ہو تو جب لا کی عددی قیمت تو وہی ہوگی لیکن اس کی علامت مختلف ہوگی۔

پس زاویہ کی صحیح اور ظاہری قیمتوں کے فرق کی علامت بدل جاتی ہے اور اس لیے دو خواندگیوں کا اوسط لینے پر یہ فرق ساقط ہو جاتا ہے۔

ایسے کا خود توازی گرٹیف پیماس

خاص خصوصیت یہ ہے کہ اس کی دو بین، دو بین اور توازی گر دونوں کے فرائض انجام دیتی ہے۔ جس مستوی پر چشمہ کی متبیک عمل میں آتی ہے اس میں ایک جھری ہوتی ہے جس کی چوڑائی باہر سے گھٹائی بڑھائی جاسکتی ہے۔ جھری سے قریب اس جھری اور چشمہ کے درمیان کئی طور پر منعکس کرنے والا ایک منشور ہوتا ہے جس کی مدد سے جھری کو بازو کے ایک سوراخ میں سے آنے والی روشنی سے منور کیا جاتا ہے۔

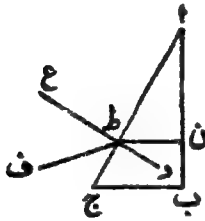
اس آلہ کو ترتیب دینے کے لیے اولاً چشمہ کی متبیک جھری پر کر لی جاتی ہے پھر منشور کی میز پر شیشہ کی ایک مستوی متوازی تختی قائم کر کے اس کو اس طرح ترتیب دیا جاتا ہے کہ یہ دو بین سے آنے والی شعاعوں کو اس میں واپس منعکس کر دے۔ اس طرح میدان نظر میں خود جھری کے اوپر اس کا ایک خیال حاصل ہوگا اور اس خیال کو دت پٹی کی حرکت سے حتی الامکان واضح کر لینے پر دو بین کی متبیک متوازی شعاعوں کے لیے ہو جائیگی۔ اس کو آلہ کے گردشی محور کے علی القوائم ترتیب دینے کے لیے منشور کی میز پر کی شیشہ کی تختی کو ۹۰° کے زاویہ میں گھما کر دو بین کے میلان کو اور منشوری میز کے تسطیحی پیچوں کو ٹھیک اسی طرح ترتیب دیا جاتا ہے جس طرح کہ جھری کے خیالوں کو دونوں مرتبہ میدان نظر میں ایک ہی خاص محل پر لے آنے کے لیے سابقہ دفعہ کی ترتیب (ج) کی کے ضمن میں ترتیب دیا گیا تھا۔ زیر امتحان منشور کے انعطاف انگیز کنارہ کی ترتیب، سابقہ دفعہ کے ضمن (د) میں بیان کیے ہوئے دو طریقوں میں سے پہلے طریقہ سے عمل میں

لائی جاتی ہے۔

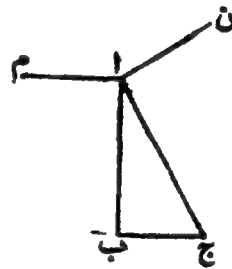
زاویہ α کی پیمائش کے لیے (شکل ۱۲) اولاً روشنی کو رخ α ب پر واقع کر کے بھری کا خیال حاصل کیا جاتا ہے۔ پھر منشور کی میز کو اس طرح گھما دیا جاتا ہے کہ روشنی رخ α ج پر عموداً واقع ہونے لگے۔ چنانچہ میز کی گردش کا زاویہ صریحاً α م α ن کے مساوی ہوگا اور اس کو π میں تفریق کرنے پر α کی قیمت حاصل کی جاسکے گی۔

شیشہ کا انعطاف نامعلوم کرنے کے لیے بھری کو سوڈم کی روشنی سے منور کر کے شعاعوں کو رخ α ج پر α ف α کی سمت میں واقع کرایا جاتا ہے تاکہ یہ انعطاف کے بعد رخ α ب پر عموداً واقع ہوں۔

(۱۰۷)



شکل ۱۲



شکل ۱۳

چنانچہ انعکاس کے بعد یہ شعاعیں اپنے ہی راستہ پر واپس لوٹ آتی ہیں اور بھری کا خیال میدان کے بیچ مقام پر پیدا کرتی ہیں پھر منشور کی میز کو اس طرح گھمایا جاتا ہے کہ بھری کا ایک خیال رخ α ج پر کے راست انعکاس کی وجہ سے حاصل ہو۔ میز کی اس گردش کا زاویہ صریحاً α ف α کے مساوی ہوگا۔ چونکہ α ف α = α ج α کی پیمائش کا

طریقہ پہلے بیان ہو چکا ہے اور $\mu = \frac{\sin \alpha \text{ ف } \alpha}{\sin \alpha \text{ ج } \alpha}$ اس لیے انعطاف نما

کی تعین ہو جاتی ہے

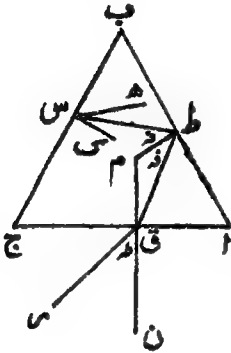
ایسے کے طیف پیم کی خاص خوبی یہ ہے کہ اس میں متحرک حصوں کی تعداد اقل ہو جاتی ہے اور بنا بریں آلہ کے فساد کی وجہ سے خواندگیوں کی صحت کے متاثر ہونے کا احتمال کم ہو جاتا ہے۔ نیز ایسے کے وضع کردہ اصلی آلہ میں منشور کی میز کو گھمانے کے لیے ایک خردہ پیم پیچ بھی لگا ہوتا تھا جس کی مدد سے زاویہ کے چھوٹے چھوٹے فرق مثلاً طیف کے مختلف حصوں میں انتشار بڑی صحت کے ساتھ پڑھ لیے جاسکتے تھے۔

کلی انعکاس والے طریقوں سے انعطاف نما

کی تعین: اوپر بیان کیے ہوئے طریقوں سے ٹھوسوں اور مایعات کے انعطاف نما کی تعین کے لیے یہ ضروری ہے کہ یہ ٹھوس منشوروں کی شکل میں تراشے ہوئے ہوں اور یہ مایعات شیشہ کے مستوی متوازی پہلوؤں والے کھوکھلے منشوروں میں رکھے ہوئے ہوں۔ نیز یہ بھی ضروری ہے کہ یہ ٹھوس اور مایعات شفاف ہوں۔ لیکن انعطاف کلی کے فاصل زاویہ سے انعطاف نما کی تعین میں مائع کا محض ایک قطرہ بھی کافی ہو جاتا ہے۔ ٹھوس کا محض ایک رخ صیقل شدہ ہونا ضروری ہوتا ہے اور یہ مائع یا ٹھوس ناقص طور شفاف ہو سکتا ہے۔ اس لیے اس طریقہ سے دودھ یا مکھن جیسی اشیاء کا انعطاف نما بھی معلوم کیا جاسکتا ہے۔

فرض کرو کہ α بج شیشہ کا ایک منشور ہے جس کا مساوی الزاویہ ہونا ضروری نہیں۔ فرض کرو کہ اس کا رخ β ج گھسا ہوا ہے اور اس کے دوسرے رخ صیقل شدہ ہیں۔ فرض کرو کہ سوڈیم کے کسی شعاع کے خیال کی تمسک کسی عدسہ کی مدد سے اس منشور کے گھسے ہوئے رخ پر کی جاتی ہے اور اس خیال کا کوئی نقطہ ہے۔ چنانچہ اس سے سوڈیم نور کی شعاعیں تمام سمتوں میں متفرق ہونگی۔ فرض کرو کہ اس منشور کا انعطاف نما ہوا کے لحاظ سے α بج اور رخ β بج پر ایک ایسے

(۱۰۸) مایع کی تہ ہے جس کا انعطاف نما ہوا کے لحاظ سے مہ ہے۔ چنانچہ اگر نقطہ
س سے متبع ہونے والی کوئی شعاع س ط، رخ اب پر ایک ایسا
زاویہ وقوع نہ بناتی ہوئی واقع ہو کہ



شکل ۱۰۸

جب $\frac{س}{ط} = \frac{م}{ق}$ ہو تو زاویہ انعطاف کا

جیب اکائی ہوگا اور منعطف شعاع
منشور کے رخ کو مس کرتی ہوئی
سمت ط ا میں باہر آئیگی۔ اگر
زاویہ وقوع اس سے بڑا ہو جیسا کہ
شعاع س ک کی صورت میں ہوتا
ہے تو منعطف شعاع موجود نہ ہوگی
بلکہ یہ شعاع کئی طور پر منعکس ہو جائیگی
اور اس منعکس شدہ شعاع کی حدت

واقع شعاع کی حدت کے مساوی ہوگی۔ اگر زاویہ وقوع $\frac{س}{ط}$ سے چھوٹا ہو
جیسا کہ شعاع س ہ کی صورت میں دکھلایا گیا ہے تو ایک منعطف شعاع
بھی موجود ہوگی اور بنا بریں اس منعکس شعاع کی حدت واقع شعاع کی
حدت سے کم ہوگی۔ رخ ب ج کے دیگر منشور نقطوں سے متبع ہونے والی
شعاعوں کی صورت میں بھی یہی ہوگا۔ اس لیے اگر متوازی شعاعوں کے
لیے ترتیب دی ہوئی کوئی دوربین منشور میں سے باہر آنے والی شعاعوں کو
حاصل کرنے کی غرض سے س ق کی سیدھ میں لائی جائے تو اس کا
میدان نظر سمت ق س کے متناظر خط سے دو حصوں میں منقسم پایا جائیگا۔
اس خط کی ایک جانب کا حصہ کئی طور پر منعکس شدہ روشنی سے آئینہ ہوگا
اور بنا بریں یہ دوسرے حصہ سے زیادہ روشن نظر آئیگا۔ کئی انعکاس
کے طریقہ میں میلیبی تاروں کو اس سرحدی خط پر ترتیب دیا جاتا ہے جہاں
میدان کی حدت بدل جاتی ہے۔

فرض کرو کہ رُخ ج ب منور ہونے کی بجائے ایک کالے کاغذ سے ڈھکا ہو ہے تاکہ اس میں روشنی داخل نہ ہو سکے اور یہ کہ سوڈیم کے ایک شعلہ سے آنے والی شعاعیں رُخ ب ا پر متاسی وقوع ب ا کی سمت میں اور تاسی وقوع کے قریبی زاویوں پر واقع ہوتی ہیں۔ جو شعاع سطح کو مس کرتی ہوئی واقع ہوگی وہ ط ق کی سمت میں منعطف ہونے کے بعد منشور میں سے گزریگی۔ دیگر شعاعیں عماد ط م کے ساتھ انعطاف کے نسبتاً چھوٹے زاویے بنا لگیں۔ اس لیے اگر دور بین کو پہلی ہی وضع میں ترتیب دیا جائے تو اسی سرحدی خط کی ایک جانب کا میدان تو روشن ہوگا اور اس کی دوسری جانب کا میدان بالکل تاریک۔ چنانچہ اس صورت میں صلیبی ناریوں کو سرحدی خط پر ترتیب دینا، اوپر بیان کی ہوئی فرقِ حدت والی صورت کے مقابلہ میں زیادہ آسان ہوتا ہے۔

شکل نمبر ۱ میں $\pi = \angle ق م ط$

نیز $\pi = \angle ق م ط + \angle م ق ط + \angle ف$

اس لیے $\angle ا = \angle م ق ط + \angle ف$ یا $\angle ا - \angle م ق ط = \angle ف$ پس:

م م = جب ف

م م = جب (ا - م ق ط)

م م = جب اجم م ق ط - م جم ا جب م ق ط

لیکن نقطہ ق پر کئیہ انعطاف کے اطلاق سے:

جب ط = م م جب م ق ط

پس اندراج سے:

م م = جب ا م م - جب ط - جم ا جب ط (۴۰)

اگر رُخ ا ب پر کوئی مایع موجود نہ ہو تو فاصلہ زاویہ وقوع رشتہ جب ف = $\frac{1}{m}$ سے حاصل ہوگا۔ چنانچہ یہ صورت جملہ بالا سے م م = ا درج کر کے حاصل

۹)

کی جاسکتی ہے پس مساوات (۴۰) کے مماثل ہمیں حاصل ہوگا:

$$۱ + \text{جم } ۱ \text{ جب } ط = \text{جب } ۱ \text{ مہ } ۲ - \text{جب } ط$$

$$\text{جس سے مہ } ۲ = ۱ + \left(\frac{\text{جب } ط + \text{جم } ۱}{\text{جب } ۱} \right) \dots\dots\dots (۴۱)$$

اس اصول کو عملی جامہ پہنا کر کئی قسم کے آلات بنائے گئے ہیں جن کی تسک فاصل زاویہ پر کر لینے پر ان کے پیمانے کی خواندگی سے انعطاف نما کی قیمت راست حاصل ہو جاتی ہے۔ ایٹبہ کا انعطاف پیما اسی قسم کا ایک آلہ ہے اس قسم کے آلات کی تعمیر عام طور پر معلوم انعطاف نما والے ماتیعات کی مدد سے کر لی جاتی ہے۔ ان سے مساوات (۴۰) کے ۱ اور مہ کی تعیین علیحدہ علیحدہ نہیں ہو سکتی۔ یہ بلاشبہ بہت ہی زود عمل ہوتے ہیں۔ لیکن اس طریقہ سے انعطاف نما کی تعیین ایک معمولی لطیف پیما کی مدد سے بھی کی جاسکتی ہے۔ اس کی بھی تعمیر اُسی طرح کر لی جاسکتی ہے جس طرح کہ کسی خاص آلہ کی اور اس سے بھی اتنے ہی صحیح نتائج حاصل ہوتے ہیں۔ نیز اس میں ایک مزید خوبی یہ بھی ہوتی ہے کہ اس کی مدد سے ۱ اور مہ کی تعیین علیحدہ علیحدہ ہو سکتی ہے اور پھر مہ کی قیمت مساوات (۴۰) کی مدد سے یعنی ابتدائی اصولوں سے راست محسوب کر لی جاسکتی ہے۔

اگر ایک معمولی لطیف پیما سے کام لینا مقصود ہو تو اس کے منشور کا انعطاف نما جہاں تک ہو سکے بڑا ہونا چاہیے کیونکہ اس کا انعطاف نما پیمائش طلب انعطاف ناؤں سے بڑا ہونا یہڑتا ہے۔ زاید کثیف فلٹ شیشہ کا ایک مساوی الاضلاع منشور، جو لطیف حاصل کرنے کے لیے عام طور پر استعمال کیا جاتا ہے، جس کا ایک رُخ گھسا ہوا اور جس کے مادہ کا انعطاف نما سوڈیم نور کے لیے تقریباً ۸۶.۷۶ ہوتا ہے بخوبی کام دے سکتا ہے۔ یہیں سب سے پہلے مہ اور منشور کے دونوں صیقل شدہ رُخوں کے درمیانی زاویہ کی تعیین کرنی چاہیے۔ یہ بات صفحہ ۱۸۸ پر بیان کیے ہوئے طریقوں سے

عمل میں لائی جاسکتی ہے۔ پھر منشور کی میز کو اپنے محور پر کس ویکر منشور کو اس پر اپنی مناسب جگہ رکھ دو۔ اگر کسی مایل کے انعطاف نما کی پیمائش مقصود ہو تو اس کے ایک دو قطرے رُخ اب (شکل نمٹا) پر ڈال کر شیشہ کی ایک پتلی سی تختی اس رُخ پر دبا دو۔ یہ تختی شعری جذب کی وجہ سے اپنی جگہ قائم رہیگی اور ساتھ ہی اس کے قطرے تختی اور منشور کے رُخ کے درمیان ایک پتلی سی پرت کی شکل میں پھیل جائیگے۔ پھر دور بین کی مدد سے سرحدی سمت فی س کی تلاش کی جاتی ہے۔ توازی گر سے بالکل کوئی کام نہیں لیا جاتا۔ اگر روشنی کو اندرونی طور پر واقع کرنا مقصود ہو تو منشور کے گھسے ہوئے رُخ پر سوڈیم کے شعلہ کا ایک خیال کسی محذب عدسہ کی مدد سے ڈالا جانا چاہیے۔ اور یہ شعاعیں ایسی سمت میں واقع ہونی چاہئیں کہ انعطاف کے بعد ان کی سمت تقریباً س ط ہو جائے۔ اگر روشنی کو بیرونی طور پر واقع کرنا مقصود ہو تو روشنی کی شعاعوں کو تختی کے سرے ل م کی سمت میں داخل کرنا چاہیے جیسا کہ شکل نمٹا میں دکھلایا گیا ہے۔ معمولی حساب سے معلوم ہو گا کہ یہ شعاعیں تختی م ن کے پیچھے تو داخل نہیں ہو سکتیں لیکن یہ مایل کی پرت میں سے مطلوبہ سمت میں



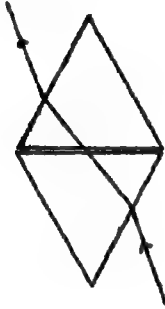
شکل نمٹا

گزر سکتی ہیں۔ اگر تختی کا سرا ل م صقل شدہ ہو تو اس کو مستوی اور منشور کے انعطاف انگیز کنارہ کے متوازی ہونا چاہیے۔ اگر روشنی کو بیرونی طور پر واقع کرنا مقصود ہو تو تختی کی بجائے ایک دوسرے منشور کا استعمال جو حتی الامکان پہلے منشور کے مشابہ ہو، بہت

بہتر ہو گا۔ اس صورت میں واقع شعاعوں کی سمت فاصل شعاع کے اخراج کی سمت کے ہمیشہ تقریباً متوازی رہیگی، اور بنا بریں اخرا لا کر سمت کے

معلوم کرنے کے لیے ہمیں مبداء نور اور دور بین کو علیحدہ علیحدہ حرکت دینے کی بجائے صرف منشور کی میز کو گھمانا پڑیگا۔

سمت ق س کے حاصل ہو جانے کے بعد ط معلوم کرنے کے لیے عماد ق ن کی سمت حاصل کرنی پڑتی ہے۔ اگر مشاہدات صحیح و عکس کا چشمہ



محل عکس

لگی ہوئی دور بین کی مدد سے لیے جا رہے ہوں تو اس سمت کی تعین صلیبی تاروں کے انعکاسی خیال کے حصول سے ہو جاتی ہے اور اگر مشاہدات ایک خود توازی گر طیف پیا کی مدد سے لیے جا رہے ہوں تو اس سمت کی تعین بھری کے انعکاسی خیال کے حصول سے ہو جاتی ہے۔ اگر آگہ اس طریقہ کی اجازت نہ دے تو تجربہ شروع کرنے سے پہلے درجہ دار دائرہ

توازی گر کا محل پڑھ لینا چاہیے۔ اس کے لیے بھری کو منور کر کے اس کے راست خیال کو دور بین کے صلیبی تاروں کے ساتھ منطبق کرو اور پھر دور بین کی اس خواندگی میں سے ۸۰° تفریق کر دو۔ اس کے بعد توازی گر کو تجربہ کے سارے دوران میں اسی حالت پر قائم رکھنا چاہیے۔ پھر جب ق س کی تعین ہو جائے تو توازی گر کی بھری کو مکرر منور کر کے اس سے آنے والی شعاعوں کو رخ ۱ ج پر واقع کرانا چاہیے۔ اگر اس وضع میں بھری کے انعکاسی خیال کا محل دور بین کی مدد سے پڑھ لیا جائے تو اس خواندگی اور توازی گر کے محل کی خواندگی کا اوسط عماد کی سمت کو تعبیر کرے گا کیونکہ زاویہ وقوع زاویہ انعکاس کے مساوی ہوتا ہے۔

مکن ہے کہ منشور کو اپنی مخصوص جگہ رکھنے میں پہلے پہل کچھ دشواری ہو لیکن کسی ایک مایع کے لیے انعطاف نما کے معلوم ہو جانے کے بعد دوسرے مایعات کے لیے یہ ترتیب بہت جلد عمل میں لائی جاسکتی ہے۔

اگر اس طریقہ سے کسی ٹھوس کے انعطاف نما کی تعیین مقصود ہو تو اس کے ایک صیقل شدہ رُخ کو ۲ ب کے ساتھ (شکل ۱۱۱) کسی ایسے مایع کے ایک قطرے کی مدد سے جس کا انعطاف نما اس ٹھوس کے انعطاف نما سے بڑا ہو، چسپاں کر دیا جاتا ہے۔ اس مایع کا مصرف صرف یہ ہے کہ یہ دونوں تماسی سطحوں سے ٹھیک مستوی نہ ہونے کی وجہ سے پیدا ہونے والے درزوں کو پُر کر دے۔ اس کے لیے عام طور پر موتو بروم نیفتیلیج استعمال کیا جاتا ہے جس کا انعطاف نما سوڈیم نور کے لیے ۱.۶۶۰ ہے۔

ترسیمی طریقہ سے کسی منشور کے انعطاف نما کی تعیین: کسی منشور کے انعطاف نما کی تعیین کا ایک طریقہ ایسا ہے جس سے طیف پیمائے کے استعمال کے بغیر ہی بہت صحیح نتائج حاصل کیے جاسکتے ہیں۔ چنانچہ اس میں صرف ایک ہی مشاہدہ سے اعشاریہ کے دوسرے مقام تک اور کئی مشاہدات کے اوسط سے اعشاریہ کے تیسرے مقام تک صحیح نتائج حاصل ہوتے ہیں۔

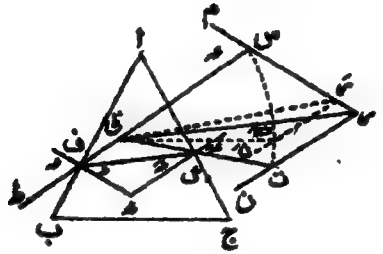
نقشہ کشی کے تحت پر ایک کاغذ چڑھا کر اس پر ایک خط مستقیم ط ق س کھینچو (شکل ۱۱۲) پھر اس تحت پر ایک منشور رکھ کر ایک پنسل سے اس کے رُخوں اب اور ا ج کے نشان کر لو۔ اس کے بعد منشور کے رُخ ا ج میں سے دیکھتے ہوئے ایک خط مستقیم ت ق ایسا کھینچو کہ یہ ط ق ہی کی سیدھ میں نظر آئے۔ منشور کو ہٹا کر ت ق کو یہاں تک بڑھاؤ کہ ط س کو ق پر قطع کرے۔ ق س کو ق ت کے مساوی قطع کرو: ت س، ا ج کے علی القوایم اور س س، اب کے (۱۱۱) علی القوایم کھینچو۔ ق س کو ملاؤ۔ چنانچہ منشور کا انعطاف نما

$$m = \frac{CQ}{CS}$$

کیونکہ اگر ایسا نہ ہو تو فرض کرو کہ یہ انعطاف نما جملہ ذیل سے تعبیر ہوتا ہے :

$$\frac{ق س}{ق س}$$

شکل میں خط ق س کھینچو جو س س سے س س پر جا لے۔ س س میں سے



شکل ۱۷۱

س س کے علی القوایم کھینچو۔ ق کو مرکز مان کر نصف قطر ق س سے ایک قوس کھینچو جو س س کو ت پر قطع کرے۔ ق اور ت کو ملاؤ۔ فرض کرو کہ شعاع ط ق کا زاویہ وقوع منشور کے رخ اب پر عہ ہے اور رخ اج سے شعاع ق ت کا زاویہ خارج عہ ہے۔ چنانچہ $\angle م س ق = \angle م اور ن ت ق = \angle م$ فرض کرو کہ منشور کے دونوں رخوں پر انعطافی زاویے گ ف ہ اور ف گ ہ بالترتیب طہ اور طہ ہیں۔ چنانچہ یہ ثابت کیا جاسکتا ہے کہ $\angle طہ طہ$ اور چونکہ س س اور ت س بالترتیب اب اور اج کے علی القوایم ہیں اس لیے $\angle م س س ت = \angle م س س ت = طہ + طہ$ اب $\angle ق س س میں$:

$$\frac{ق س}{ق س} = \frac{جب ق س س}{جب س س س} = جب ع$$

لیکن ہمارے مفروضہ کی رو سے

$$\frac{ق س}{ق س} = م$$

اس لیے $م = \frac{جب س}{جب ق}$

اور $س ق = ط$ - بنا بریں $س ق س ق = ط$

نیز $س ق س ق$ میں

$$\frac{ق س}{ق س} = \frac{جب ق س}{جب ق س} = \frac{جب ق س}{جب ط}$$

لیکن $\frac{ق س}{ق س} = م$

اس لیے $م = \frac{جب ق س}{جب ط}$

اور جب $ق س = م$ - بنا بریں $س ق س ق = م$ - لیکن

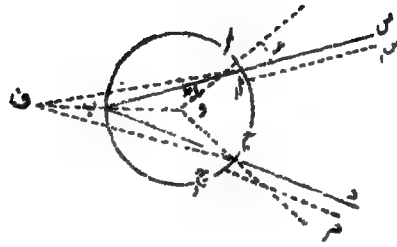
$س ق س ق = م$ ، $س ق$ متوازی ہے $س ق$ کے اور $ق س$

متوازی نہیں ہے $ق س$ کے - پس $س ق س ق$ ، زاویہ $م$ کے مساوی (۱۱۲) نہیں ہو سکتا اور بنا بریں ہمارا مفروضہ غلط ہے - اس لیے یہ انعطاف نامہ جملہ ذیل سے تعبیر ہونا چاہیے :

$$\frac{ق س}{ق س} = م$$

واضح رہے کہ ثبوت بالا سے یہ نتیجہ نکلتا ہے کہ $ق س$ متوازی ہوتا ہے $ق س$ کے، نیز منشور کا اقل انحراف کی وضع میں ہونا بھی ضروری نہیں -

قوس مستح: فرض کرو کہ ص ۱ ایک ایسی شعاع ہے جو ایک صفات کڑھ کی سطح پر اس کے مرکز میں سے گزرنے والے مستوی پر واقع ہوتی ہے۔



شکل ۷۵-۱

چنانچہ اس کا نصف قطر و ۱، نقطہ ۱ پر کا عماد ہوگا۔ فرض کرو کہ نقطہ ۱ پر کا زاویہ وقوع اور زاویہ انعطاف بالترتیب ع اور ط ہیں یہ شعاع انعطاف کے بعد کڑھ کی دوسری جانب ب پر منعکس ہو جاتی ہے، پھر ج پر پہنچ کر یہاں سے ہوا میں داخل ہو جاتی ہے۔ چونکہ و ۱ = و ب اس لیے ب پر کا زاویہ وقوع و قہن ط ہوگا اور بنا بریں زاویہ انعکاس و ب ج بھی ط ہوگا، > و ج ب = ط اور شعاع خارج ج د، ج پر کے عماد کے ساتھ زاویہ ع بنا لگی۔ چنانچہ زاویہ انحراف د ص ف د

$$2 = د ص ف و = ۲ (د ب و - د ف ا ب)$$

$$2 = (ط - ع + ط) = ط - ع$$

اس کے اقل ہونے کے لیے اس کا تفرقی سر بمطابق صفر ہونا چاہیے یعنی

$$۰ = ۲ - \frac{\text{فرط}}{\text{فرع}}$$

لیکن جب $ع = مہ$ جب $ط$ ، پس $جم = مہ$ جم $ط$ $\frac{\text{فرط}}{\text{فرع}}$
 $\frac{\text{فرط}}{\text{فرع}}$ کو ساقط کر دینے پر ہمیں حاصل ہوگا

$$جم = مہ = \frac{۱}{۴} مہ$$

$$\text{یا } جم = مہ = \frac{۱}{۴} مہ^۲ = \frac{۱}{۴} (جم - جب)^۲ = \frac{۱}{۴} (مہ^۲ - جب^۲)$$

$$= \frac{۱}{۴} (مہ^۲ - ۱ + جم^۲)$$

اس کو حسب ذیل شکل میں بھی لکھا جاسکتا ہے،

$$جم^۲ = مہ^۲ - \frac{۱}{۴} = \frac{۱}{۴} (مہ^۲ - ۱)$$

$$جم = مہ = \sqrt{\frac{۱ - مہ^۲}{۴}}$$

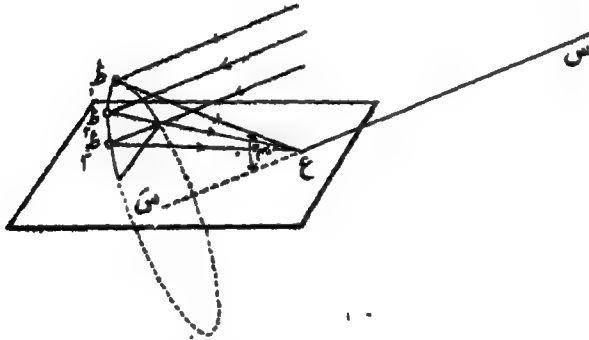
یا

اگر ہم $مہ$ کے لیے اس کی وہ قیمت جو پانی کی صورت میں سرخ روشنی کے لیے حاصل ہوتی ہے یعنی ۱۳۳۹ درج کریں تو ہمیں $مہ = ۵۹۶۶$ ، $ط = ۳۰۶۵$ اور انحراف تقریباً ۲۷۸ حاصل ہوگا۔ اگر $مہ$ کے لیے اس کی وہ قیمت درج کی جائے جو بنفشی نور کے لیے حاصل ہوتی ہے یعنی ۱۵۳۲۳ تو ہمیں $مہ = ۵۸۶۸$ ، $ط = ۳۰۹۷$ اور انحراف ۲۰۶۸ حاصل ہوگا۔ یہی نتیجہ علم احصاء کی مدد کے بغیر بھی اخذ کیا جاسکتا ہے اس کے لیے ہمیں $مہ$ کی مختلف قیمتوں کے مناظر $ط$ کی قیمتیں محسوب کر کے ہر صورت میں زاویہ انحراف کو $مہ$ کے تفاعل کے طور پر مرتب کرنا پڑتا ہے۔

(۱۱۳) اب فرض کرو کہ ایک دوسری شعاع $س$ اس کرہ پر پہلی شعاع کے متوازی واقع ہوتی ہے۔ چنانچہ اس کا زاویہ وقوع $ع$ سے کسی قدر مختلف ہوگا۔ اس لیے اس کا انحراف $س$ کے انحراف سے علی العموم مختلف ہوگا اور کرہ سے باہر

آنے پر یہ شعاع ج د کے متوازی نہ ہوگی۔ بہر حال اگر انحراف کو عدسے کے تفاعل کے طور پر مرتب کیا جائے تو انحراف اقل کے قریب وجوہ میں اس انحراف کی قیمت عدسے کے ساتھ ساتھ بہت ہی آہستہ آہستہ بدلیگی۔ پس اگر اس ۱ انحراف اقل کے لیے مناسب زاویہ پر واقع ہو تو اس ۱ کا زاویہ وقوع میں ۱ کے زاویہ وقوع سے کسی قدر مختلف ہونے کے باوجود اس کا انحراف تقریباً وہی ہوگا جو شعاع اس ۱ کا ہے اور کرہ سے باہر آنے پر اس کا راستہ ج د علاء متوازی ہوگا ج د کے۔ اب اس کرہ پر ۱ اور ۱ کے درمیان بہت سی شعاعیں اس ۱ کے متوازی واقع ہو سکتی ہیں، چنانچہ انکسار کے بعد بھی یہ متوازی رہیں گی اور ج د اور ج د کے درمیان واقع ہوں گی۔ بنا بریں ہم اس نتیجہ پر پہنچتے ہیں کہ اگر نور کی متوازی شعاعیں کسی کرہ میں سے گزرتی ہوئی اقل طور پر منحرف ہوں تو یہ متوازی شعاعوں ہی کی شکل میں باہر آئیں گی، باقی تمام صورتوں میں یہ شعاعیں مستدق یا منتع ہو جائیں گی۔

اب شکل ۱۹ پر غور کرو۔ فرض کرو کہ سورج سے آنے والی شعاعیں سے ع کی سمت میں واقع ہو رہی ہیں، مشاہد ع پر واقع ہے اور ط، ط، ط بارش کے

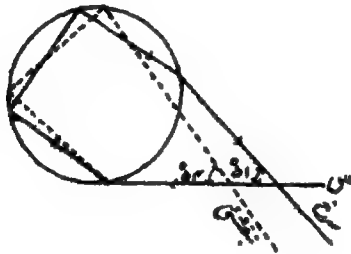


شکل ۱۹ (دانش کی "طبیعیات" سے)

کروی قطرے ہیں۔ اگر سورج سے آنے والی شعاعیں بارش کے قطروں کی وجہ سے منحرف ہو کر مشاہد کے پاس پہنچیں تو اسے صرف وہ سمتیں روشن نظر آئیں گی جن میں

ان شعاعوں میں اقل انحراف پایا جاتا ہے یعنی جو س ع کے ساتھ تقریباً ۴۰° کا زاویہ بناتی ہیں۔ یہ زاویہ سرخ روشنی کے لیے ۴۲.۸° اور بنفشی روشنی کے لیے ۳۷.۵° ہوگا اور طیف کے دیگر رنگ ان دونوں رنگوں کے درمیان اپنی مخصوص ترتیب میں دکھائی دیں گے۔ بس یہی قوس قزح ہے۔ مگر ہرے کے مشاہد کی پیٹھ سورج کی طرف ہونی چاہیے اور اسے سرخ رنگ باہر کی طرف نظر آئیگا۔ اس طرح پیدا ہونے والی قوس قزح کو اصلی قوس قزح کہتے ہیں۔

اگر شعاعیں قطرہ کے اندر دوسرے منعکس ہوں جیسا کہ شکل غلط میں دکھایا گیا ہے تو اقل انحراف کی صورت میں سرخ شعاعیں واقع نور کے ساتھ تقریباً ۵۰° کا زاویہ بناتی ہیں اور بنفشی شعاعیں تقریباً ۴۰° کا زاویہ۔ چنانچہ اس طرح پیدا ہونے والی قوس قزح کا بیرونی حصہ بنفشی ہوگا۔ ایسی قوس قزح کو



شکل غلط (داشٹن کی "طبیعیات" ص ۱۴۳)

ثانوی قوس قزح کہتے ہیں اور اس کے دیکھنے کے لیے بھی مشاہد کی پیٹھ سورج ہی کی طرف ہونی چاہیے۔ بعض اوقات اصلی اور

ثانوی قزحی قوسیں

ایک ساتھ دیکھنے میں آتی ہیں، چنانچہ ثانوی قوس قزح اصلی قوس قزح کے باہر اور اس سے مدھم اور چوٹی ہوتی ہے۔

قزحی قوسیں تین یا چار اندرونی انعکاسوں کی وجہ سے بھی پیدا ہوتی ہیں لیکن یہ بہت شاذ دیکھنے میں آتی ہیں۔ یہ اُسی طرف دکھائی دیتی ہیں جس طرف کہ سورج ہوتا ہے لیکن سورج کی بکھری ہوئی روشنی کے مقابلہ میں ماند ہوتی ہیں اور اُسی وقت نظر آتی ہیں جبکہ سورج کی روشنی ابدان کی وجہ سے زیادہ قدر تک جاتی ہے۔

مذکورہ بالا ہندسی نظریہ ڈیکارٹ کا پیش کردہ ہے۔ یہ اس منظر کی پوری پوری توجیہ نہیں کرتا۔ مذکورہ بالا قزحی قوسوں کے علاوہ بعض اوقات اصلی قوس قزح کے اندرونی کنارہ کے قریب اور اس سے کم اوقات ثانوی قوس قزح کے بیرونی کنارہ کے قریب روشنی کے متبادلات دکھائی دیتے ہیں۔ یہ زاید یا کھوٹی قزحی قوسیں کہلاتی ہیں۔ ان کی توجیہ سب سے پہلے سر جارج ایئر نے پیش کی ہے۔ اس کی رو سے یہ قزحی قوسیں قطرہ سے اقل انحراف کی سمت کے قریب کی سمتوں میں بچنے والی شعاعوں کے اختلاف ہیئت کی وجہ سے نمودار ہوتی ہیں پس یہ زاید قوسیں درحقیقت اصلی مستوی موج کے قطرہ میں سے گزرنے کے باعث پیدا ہونے والے انحصاری اثر کا نتیجہ ہیں۔

کسی آبشار کی پھوار کی وجہ سے بھی قزحی قوسیں اسی طرح پیدا ہوتی ہیں جس طرح کہ بارش کی وجہ سے۔

مثالیں

(۱) ایک طالب علم طیف پیمائی کی دوربین کو کھڑکی کے پاس لے جا کر اس کی تمسک ایک لائٹنا ہی طور پر بعید شخص پر کر لینے کی بجائے اس کو کمرہ کے اندر ایئر کے فاصلے پر رکھے ہوئے ایک لیمپ کی طرف پلٹا کر دوربین کی تمسک اس لیمپ کے خیال پر کر لیتا ہے۔ اس دوربین کے دہانہ کو دت پٹی کی مدد سے کٹنے والی میٹرنی کے اندر سرکاتا چاہیے کہ اس کی تمسک متوازی شعاعوں کے لیے تمسک ہو جائے ؟

(۲) ثابت کرو کہ جب روشنی ایک پتلے منشور میں سے گزرتی ہے تو اس کا

Supernumery bows لے

Descartes لے

Sir George Airy لے

۱۔ ان اصطلاح کی وضاحت فرمیں اور دوسری باب میں کی گئی ہے۔

انحراف زاویہ وقوع کے ساتھ ساتھ نہیں بدلتا بشرطیکہ وقوع تقریباً عمودی سمت میں ہو۔ ثابت کرو کہ ان ہی حالات کے تحت منشور کے دوسرے رخ سے منعکس شدہ حصہ نور کے انحراف میں اور منشور کے پہلے رخ سے منعکس شدہ حصہ نور کے انحراف میں ہمیشہ ایک مستقل فرق پایا جاتا ہے۔

(۳) روشنی کی ایک شعاع ایک منشور میں سے اس کے کنارے کے علی القواہم مستوی میں منعکس ہو رہی ہے۔ ثابت کرو کہ اگر اس کا زاویہ وقوع مستقل رہے تو اس کا انحراف منشور کے زاویہ کے ساتھ ساتھ بڑھتا جاتا ہے۔ نیز ثابت کرو کہ :

$$\text{جب } \left(\frac{1}{\mu} \right) + \text{جب } \left(\frac{1}{\mu} \right)$$

منشور کا ایک ایسا انتہائی زاویہ ہے کہ اس صورت میں جب شعاع دوسرے رخ سے منعکس ہوتی ہے تو وہ باہر نکلنے نہیں پاتی، جہاں سے پہلے رخ پر اس شعاع کا زاویہ وقوع ہے۔

۲. ثابت کرو کہ زاویہ ۱ والے ایک منشور کے لیے :

$$\text{جب } \frac{1}{\mu} (1 + \mu) = \text{مہ } \frac{1}{\mu} (\mu - 1) \text{ جم } \frac{1}{\mu} (\mu - 1) \text{ جب } \frac{1}{\mu} (\mu - 1)$$

جہاں μ زاویہ انحراف ہے، μ اور μ بالترتیب زاویہ وقوع اور زاویہ خروج ہیں، اور μ ان کے متناظر انعطافی زاویے ہیں۔

(۵) ایک منشور جس کا انعطاف انگیز زاویہ ۹۰ مکہ ہے ایک ایسے شیشہ کا بنا ہوا ہے جس کے

اند-۱۰ ماسوڈیم اور یٹیم کی روشنی کے لیے بالترتیب ۱.۵۱۶۰ اور ۱.۵۱۴۰ ہیں۔ ایک متغیر سوڈیم کی روشنی کے لیے زاویہ اقل انحراف کی پیمائش کرتا ہے اور پھر اس منشور کو یٹیم کی روشنی کے لیے اقل انحراف کی وضع میں ترتیب دینے کی بجائے یٹیم کے خط کے انحراف کی پیمائش کرتا ہے جبکہ سوڈیم کا خط اقل انحراف کی وضع میں ہوتا ہے۔ یٹیم نور کے انعطاف نما کے لیے اسے جو قیمت حاصل ہوتی ہے اس میں کتنی غلطی واقع ہوگی ؟

(۶) غلٹنڈ شیشہ کے ۹۰ والے ایک منشور کا انعطاف نما سوڈیم نور کے لیے

۱.۵۴۹۹ ہے۔ اس کی تبدیلی فی ۱۰۰ اضافہ بیش ۰.۰۰۰۰۳ ہے۔ ایک

مذکورہ بالا ہندسی نظریہ ڈیکارٹس کا پیش کردہ ہے۔ یہ اس نظریہ کی پوری پوری توجیہ نہیں کرتا۔ مذکورہ بالا قزحی قوسوں کے علاوہ بعض اوقات اصلی قوس قزح کے اندرونی کنارہ کے قریب اور اس سے کم اوقات ثانوی قوس قزح کے بیرونی کنارہ کے قریب روشنی کے متبادلات دکھائی دیتے ہیں۔ یہ زاید یا کھوٹی قزحی قوسیں کہلاتی ہیں۔ ان کی توجیہ سب سے پہلے سر جارج ایئر نے پیش کی ہے۔ اس کی رو سے یہ قزحی قوسیں قطرہ سے اقل انحراف کی سمت کے قریب کی سمتوں میں نکلنے والی شعاعوں کے اختلاف بنیت سے وجہ سے نمودار ہوتی ہیں پس یہ زاید قوسیں درحقیقت اصلی مستوی موج کے قطرہ میں سے گزرنے کے باعث پیدا ہونے والے انعکاسی اثر کا نتیجہ ہیں۔

کسی آئینہ کی بھوار کی وجہ سے بھی قزحی قوسیں ایسی طرح پیدا ہوتی ہیں جس طرح کہ بارش کی وجہ سے۔

مثالیں

- (۱) ایک طالب علم لطیف پیمائی کی دوربین کو کھڑکی کے پاس لے جا کر اس کی تمسک ایک لاتنا ہی طور پر بعید شخص پر کر لینے کی بجائے اس کو کمرہ کے اندر ۱۰ میٹر کے فاصلے پر رکھے ہوئے ایک لمب کی طرف پلٹا کر دوربین کی تمسک اس لمب کے خیال پر نہ کر لیتا ہے۔ اس دوربین کے دبانے کو دت پٹی کی مدد سے کتنے ملی میٹر فی ثانی کے اندر سرکاتا چاہیے کہ اس کی تمسک متوازی شعاعوں کے لیے ٹھیک ہو جائے ؟
- (۲) ثابت کرو کہ جب روشنی ایک پتلے منشور میں سے گزرتی ہے تو اس کا

Supernumery bows لے

Descartes لے

Sir George Airy لے

۱۔ ان اصطلاحات کی وضاحت فرمیں اور دوسری باب میں کی گئی ہے۔

انحراف زاویہ وقوع کے ساتھ ساتھ نہیں بدلتا بشرطیکہ وقوع تقریباً عمودی سمت میں ہو۔
ثابت کرو کہ ان ہی حالات کے تحت منشور کے دوسرے رخ سے منعکس شدہ
حدتہ نور کے انحراف میں اور منشور کے پہلے رخ سے منعکس شدہ حدتہ نور کے انحراف
میں ہمیشہ ایک مستقل فرق پایا جاتا ہے۔

(۳) روشنی کی ایک شعاع ایک منشور میں سے اس کے کنارے کے علی القواہم
مستوی میں منعکس ہو رہی ہے۔ ثابت کرو کہ اگر اس کا زاویہ وقوع مستقل رہے تو
اس کا انحراف منشور کے زاویہ کے ساتھ ساتھ بڑھتا جاتا ہے۔ نیز ثابت کرو کہ :

$$\text{جب } \left(\frac{1}{\mu}\right) + \text{جب } \left(\frac{1}{\mu}\right)$$

منشور کا ایک ایسا انتہائی زاویہ ہے کہ اس صورت میں جب شعاع دوسرے
رخ سے منعکس ہوتی ہے تو وہ باہر نکلنے نہیں پاتی، جہاں پہلے رخ پر اس شعاع کا
زاویہ وقوع ہے۔

(۴) ثابت کرو کہ زاویہ ۱ والے ایک منشور کے لیے :

$$\text{جب } \frac{1}{\mu} (1 + \mu) = \frac{\text{جم } \frac{1}{\mu} (\mu - 1)}{\text{جب } \frac{1}{\mu} (\mu - 1)}$$

جہاں μ زاویہ انحراف ہے، μ اور μ بالترتیب زاویہ وقوع اور زاویہ خروج
ہیں، اور μ ان کے متناظر انعطافی زاویے ہیں۔

(۵) ایک منشور جس کا انعطاف انجیز زاویہ ۹۰° ہے ایک ایسے شیشے کا بنا ہوا ہے جس کے
انعطاف ماسوڈیم اور یقین کی روشنی کے لیے بالترتیب ۱.۵۱۶۰ اور ۱.۵۱۴۰ ہیں۔ ایک مختصر سوڈیم
کی روشنی کے لیے زاویہ اقل انحراف کی پیمائش کرتا ہے اور پھر اس منشور کو یقین کی روشنی کے لیے
اقل انحراف کی وضع میں ترتیب دینے کی بجائے یقین کے خط کے انحراف کی پیمائش کرتا ہے
جبکہ سوڈیم کا خط اقل انحراف کی وضع میں ہوتا ہے۔ یقین نور کے انعطاف کے لیے اسے
جو قیمت حاصل ہوتی ہے اس میں کتنی غلطی واقع ہوگی ؟

(۶) غلطی شیشہ کے ۹۰° والے ایک منشور کا انعطاف ماسوڈیم نور کے لیے

۱۶۴۹۹ - اس کی تبدیلی فی ۱° اضافہ بیش + ۰.۰۰۰۰۰۳ ہے۔ ایک

(۱۱۵) طیف پیم کا درجہ واردائے قوس کے ایک پڑاہ سکتا ہے اور جس محل میں یہ رکھا ہے اُس کی تپش سال بھر میں ۵۰ ف سے ۲۰ ف تک بدلتی ہے۔ کیا اس طیف پیم کی مدد سے معلوم کیے ہوئے انعطاف مناؤں کی قیمتوں میں کوئی قابل لحاظ تغیر مشاہدہ میں آئیگا؟

(۷) صفحہ (۲۰۷) پر بتائے ہوئے ترکیبی طریقہ سے شیشہ کے منشور کا انعطاف نما معلوم کرو۔ انفرادی نتائج اعشاریہ کے دوسرے مقام تک صحیح ہونے چاہئیں۔

(۸) ثانوی قوس قزح کے نظریہ کی تحقیق اُسی طریقہ سے کرو جس طریقہ سے کہ صفحہ (۲۱۰) پر اصلی قوس قزح کے نظریہ کی تحقیق کی گئی ہے۔



اشاریہ

ہندی مناظر

انگریزی

اُردو

Canatic curve

الف

اہتشی مغنی ۹۳

Sextant

آلہ سدس ۱۷۹

Astigmatic reflection

ایہامی انعکاس ۹۷

Astigmatic difference

ایہامی فسق ۱۰۱

Parallax

اختلاف منظر ۹

Yerkes telescope

ارکس کی دوربین ۱۵۸

Persistence of vision

استمرار رویت ۱۷۹

Cylindrical lenses

اُسطوانی عدسہ ۱۳۴

Probable error

اغلب خطا ۱۴۷

Principle of Least Time

اقل وقت کا اصول ۲۶

Dispersive power of glass

انتشاری طاقت شیشہ کی ۱۱۵

Law of extreme path

انتہائی راہ کا کلیہ ۲۶

Minimum deviation

انحراف اقل ۱۸۵

انٹری

اردو

Curvature of the image

۱۰۱ انحنائے خیال کا

Refraction at a spherical surface

۲۶ تا ۲۷ انعطاف کر دی سطح پر

Determination of refractive index by graphical method

} ۲۰۷ انعطاف نما کی تعیین ترسیمی طریقے سے

Determination of refractive index by total reflection methods

۲۰۷ تا ۲۰۸ انعطاف نما کی تعیین کلی انعکاس کے طریقوں سے

Total reflection

۲۱ انعکاس کلی

Determination of refractive index by total reflection methods

۲۰۸ تا ۲۰۹ انعکاس کلی کے طریقوں سے انعطاف نما کی تعیین

Reflection telescope

۱۶۲ انعکاسی دوربین

Mean error

۱۶۷ اوسط خطا

Abbe

۱۶۰ تا ۱۶۹ ایبے

Abbe's refractometer

۱۶۹ کا انعطاف پیم

Abbe's spectrometer

۱۶۹ کا طیف پیم

Airy, Sir George

۲۱۴ ایری سر جارج

ب

Ultramicroscope

۱۷۳ بالائز دوربین

Telephotography

۱۷۶ بعید مناظر کی عکاسی

پ

Poro

۱۶۳ پوروس

ت

Resolving power of the eye

۱۵۸ تحلیل طاق، آنکھ کی

Resolving power of a telescope

۱۵۷ تحلیل طاق، دوربین کی

Optical bench

۱۲۶ تخت مناظر

انگریزی

اردو

Graphical method for the determination of
refractive index

ترسیمی طریقہ انصاف نامی تعیین کے لیے ۲۔

Optical projection

تظیل مناظری ۱۷۷

Epistscopes

تظیل نما ۱۷۸

Magnification of a telescope

تکبیر ذوربین کی ۱۵۷

Magnifying glass

تکبیری شیشہ ۱۷۹

Magnification methods of determining
focal lengths

تکبیری طریقے، اسکی طولوں کی تعیین کے لیے ۱۳۵

Collimator

توازی گر

ش

Pinhole camera

ثقبالہ ۳

Aperture

ثقبہ

Aperture numerical, of microscope

ہندی خوردبین کا ۱۶۹

Aperture of a photographic lens

عکسلہ کے عدسہ کا ۱۷۲

Distillation of stars

ج
جھلکا ہٹ ستاروں کی ۱۹

Star condition

جیسی شرط ۱۷۰

Eyepiece

چ
چشمے ۱۵۲

Riveting

ح
مقلد چم ۱۵۳

Microscope

خ
خوردبین ۱۶۶

Resolving power of a microscope

ک تحلیل طاقت ۱۷۰

انگریزی

اُردو

Determination of focal length by a
microscopic method

خود بینی طریقے سے ایک خطہ کی تعیین ۱۹

Microphotography

خود بینی عکاسی ۱۴۳

Auto-collimating spectrometer

خود توازی گرجت پیم ۱۹۹

Circle of least confusion

دائرہ اقل التباس ۹۵

Astronomical telescope

دور بین نلکی ۱۵۱

Cassagrainian telescope

کسیگرین کی ۱۶۳

Gregorian telescope

گریگوری کی ۱۶۴

Galileo's telescope

گلیلیو کی ۱۶۰

Telescope systems

دور بینی نظام ۸۸

Object glass of a telescope

دائرہ دور بین کا ۱۱۹ اور ۱۵۲

Dawes

ڈاوس ۱۵۸

Drude's Optics quoted

ڈروڈ کے مناظر کا حوالہ ۱۰۸

Descartes

ڈیکارت ۲۱۴

Ramsden's eyepiece

رامسڈن کا چشمہ ۱۵۲

Zeiss

زیس ۱۶۲

Mirage

سراب ۱۸

Cinematograph

سلیوڈ گراف ۱۴۹

انگریزی

اردو

Pepper's ghost

غ
غول پیٹر ۴۱

Aplanatic surfaces

غیر مائل سطحیں ۴۲

Aplanatic lens

" " ۴۵

Aplanatic points of a sphere

" " تقاطع کر کے ۲۶

ف

Fermat

فرما ۲۶

Astronomical refraction

فکلی انعطاف ۱۶

Astronomical telescope

" " دوربین ۱۵۱

ک

Cartesian oval

کارٹیزی ناقص ۲۳

Spherical mirrors

کروی آئینے ۳۲

Refraction at a spherical surface

" " سطح پر انعطاف ۴۲ تا ۴۶

Spherical aberration of a thin lens

" " ضلالت پتلے عدسے کی ۱۰۵

Spherical aberration of concave mirror

" " مقعر آئینہ کی ۹۵

Spherical lenses

" " عدسے ۸۱

Cassegrainian telescope

کسیگرنی دوربین ۱۶۲

Kineplastikon

کینے پلاستیکان ۴۲

گ

Gauss

گائوس ۴۰، ۴۱، ۴۲

Gauss eyepiece

" " کا چشمہ ۱۹۵ اور ۲۰۶

Rotation of a plane mirror

گردش مستوی آئینہ کی ۱۰

Grayson's rulings

گریسن کی بالیاں ۱۶۲

Gregorian telescope

گریگوری کی دوربین ۱۶۴

انگریزی

Galileo's telescope

اردو

گلیلیو کی دوربین ۱۶۰

ل

Listing

لیسٹنگ ۶۳

Chromatic aberration

لونی ضلالت ۱۱۲ تا ۱۲۳

Lagrange

لیگرانج ۶۳

م

Focal lines

اسکی خطوط ۱۰۰

Determination of focal length

طول کی تعیین ۱۲۸ اور ۱۳۸، ۱۳۹

Focal planes

مستوی ۶۵

Crossed lens

مقاطع عدسہ ۱۰۸

Multiple reflections

متواتر انعکاس ۱۱

Multiple images

خیال ۹ تا ۱۵

Distortion of image

مسخ خیال کا ۱۰۱

Equivalent planes

معادل مستوی ۶۱

Optical lantern

مناظری قندیل ۱۷۷

Optical centre of a lens

مرکز عدسہ کا ۲۹

Prism glasses, Opera glasses

منشوری ڈھبیں ۱۶۲

Thick lens

موٹا عدسہ ۷۵

Field lens

میدانی عدسہ ۱۵۲

ن

Exit pupil

نکاس پتلی ۱۵۳

انگریزی

Newton

اُردو

نیوٹن ۱۶۴

۸

Hockin

هاکن ۱۱۲

Helmholtz

ہلم ہولتز ۱۵۸

Helmholtz's magnification law

کا کلیہ تکبیر ۶۶

Huygen's eyepiece

ہوئیگنس کا چشمہ ۱۵۴



فہرست اصطلاحات

ہندی مناظر

انگریزی	اردو	انگریزی	اردو
A			
Aperture	ثقہ	Circle of least confusion	دائرہ التباس اقل
Aplanatic	غیر مفضل	Collimator	تواری گر
Aplanatic surface	غیر مفضل سطحیں	Crossed lens	متقاطع عدسہ
Astigmatic	ابہای	Curvature	انحناء
Astronomical aberration	فلکی ضلالت	Cylindrical	اسطوانی
		D	
Astronomical telescope	فلکی دوربین	Deviation	انحراف
Ax-parallel-collimating	خود تواری گر	Dispersive power	انتشاری طاقت
		Distortion of image	خیال کا رخ
C		E	
Camera lucida	عکسہ سورہ	Epidiascope	تظلیلی تبدیل
Cardinal points	سائر نقاط	Equivalent planes	معادل مستوی
Cartesian oval	کارٹیزی ناقص	Eyepiece	چشمہ
Caustic	آتش منحنی	Eye-ring	حلقہ چشم
Chromatic aberration	لونی ضلالت	Exit-pupil	نیکاس مبتدی

انگریزی	اردو	انگریزی	اردو
F		N	
Field lens	میدانی عدسہ	Nodal points	عقدی نقطے
Focal length	اسکی طول	Nodal slide	عقدی سرکہ الاآلہ
Focal lines	اسکی خطوط	O	
Focal planes	اسکی مستوی	Object	شخص
Focus	اسکے	Object glass	دبانہ
G		Ocular	چشمہ
Goniometer	حیف پیم	Opera glasses	منظوری دور بین
I		Optical bench	تختِ مناظر
Index of refraction	انعکاسات نما	Optical centre	مناظری مرکز
L		Optical lantern	مناظری منڈیل
Law of extreme path	انتہائی راہ کا کٹیہ	Optical projection	مناظری تقطیل
Lens	عدسہ	P	
M		Parallax	اختلاف منظر
Magnification	تکبیر	Penumbra	تخلی شوب
Magnifying glass	تکبیری شیشہ	Peppers's ghost	غول پاپٹہ
Medium	واسطہ	Persistence of vision	استمرار در بینت
Microscope	خرد بین	Photographic camera	عکسالہ
Minimum deviation	اخرانی اقل	Pinhole camera	نقبالہ
Mirage	شراب	Principal planes	صدر مستوی
Multiple images	متواتر خیالی	Prism glass	منظوری دور بین
Multiple reflections	متواتر انعکاس	Probable error	اخطای خطا

انگریزی	اُردو	انگریزی	اُردو
R		Spectrum	طیف
Reflection	انعکاس	Spherical aberration	} کروی ضلالت
Refraction	انعطاف		
Refractometer	انعطاف پیم	T	
Resolving power	تحلیلی طاقت	Telescopic system	دوربینی نظام
S		Thick lens	موتی عدسہ
Scintillation	تاروں کی جھللاہٹ	Total reflection	انعکاس کلی
Sextant	سدس کا آلہ	U	
Sine condition	سینی شرط	Umbra	ظلی محض
Spectrometer	طیف پیم	Ultramicroscope	بالآخر دبین

صحت نامہ

ہندی مناظر

صحیح	غلط	ہا	ہا	صحیح	غلط	ہا	ہا
بنفشی	بنفشی	۱۳-۱۲	۱۱۳	ظاہر کرتا ہے	ظاہر ہوتا ہے	۲	۲
evolute	evolnte	۷	۱۲۵	(صفحہ ۱۸۳)	(صفحہ ۱۸۳)	۲	۶
تماش	تماش	۱۵	۱۲۷	چاندی	چاندھی	۱۸	۹
گ	ک	۱۵۱	۱۵۱	ہیں - بناریں	ہیں :	۱۳	۱۰
Messrs Zeiss	Mears Zeiss	نشان	۱۶۲	ہوئی ہو تو	ہوئی تو	۴	۱۴
Herschel	Herschel	"	۱۶۴	surface	surra e	نشان	۲۲
ع	ع	۱۳	۱۷۷	Pepper's	Peppes's	"	۳۱
Schuster	Schusler	ماشیہ	۱۹۲	مسلم	عسم	شکل ۳۲	۳۳
کی تعین	کی تعین	"	۱۹۳	ہو جائیگی	ہو جائیگا	۱۵	۳۷
مونو بروم	مونو بروم	۶	۲۰۷	ع	عمو	نشان ۳۵	۷۵